

MATEMATIČKA ANALIZA 1

Prvi kolokvij – 19. studenog 2018.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje, te službene formule koje će student dobiti zajedno s kolokvijem.
- Rješenja će biti objavljena danas na web-stranici kolegija.
- Rezultati će biti objavljeni do srijede, 21. studenog 2018. u 22 sata na web-stranici kolegija.
- Uvid u kolokvij održat će se u četvrtak, 22. studenog 2018. u 12 sati u prostoriji 201.

Zadatak 1. (6 bodova) Odredite prirodnu domenu funkcije

$$f(x) = \sqrt{\arccos\left[2 \log_{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}}\left(\sin x + \frac{1}{2}\right) - 2\right] - \frac{\pi}{2}}.$$

Napomena. $\lceil a \rceil$ je oznaka za najmanji cijeli broj koji nije manji od a . Npr. $\lceil 1 \rceil = 1$, $\lceil \pi \rceil = 4$, $\lceil -2.5 \rceil = -2$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

Prvi kolokvij – 19. studenog 2018.

Zadatak 2.

(a) (4 boda) Neka je $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana s $f(x) = \sin\left(3 \frac{2x^2+4x+5}{x^2+2x+2}\right)$. Odredite sliku funkcije f .

(b) (2 boda) Neka je $A \subseteq [0, 1]$ i $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ zadana s

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 2, & \text{za } x \in A, \\ 2^{x+\frac{1}{2}}, & \text{za } x \notin A. \end{cases}$$

Odredite $g^{-1}([2, 5])$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

Prvi kolokvij – 19. studenog 2018.

Zadatak 3. Neka je $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija zadana s

$$f(x) = 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} (x^2 - 2x - 2) \right) - 1.$$

(a) (2 boda) Odredite $A = f([0, 1])$.

(b) (4 boda) Je li $f|_{[0,1]}: [0, 1] \rightarrow A$ bijekcija? Ako je, odredite $(f|_{[0,1]})^{-1}$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

Prvi kolokvij – 19. studenog 2018.

Zadatak 4. Neka su $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ i $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcije. Na svako od sljedećih pitanja odgovorite s odgovarajućim dokazom, odnosno kontraprimjerom.

- (a) (2 boda) Ako je $f \circ g$ injekcija, mora li f biti injekcija? Mora li g biti injekcija?
- (b) (2 boda) Ako je $f \circ g$ surjekcija, mora li f biti surjekcija? Mora li g biti surjekcija?
- (c) (1 bod) Ako je $f \circ g$ bijekcija, mora li f biti bijekcija? Mora li g biti bijekcija?
- (d) (1 bod) Ako su f i $f \circ g$ bijekcije, mora li g biti bijekcija?
- (e) (1 bod) Ako postoji prirodan broj n takav da je $f^n(x) = x$, $\forall x \in \mathbb{R}$, mora li f biti bijekcija?

Napomena. $f^n(x) = \underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{n \text{ puta}}(x)$.