

$f(n)$	a_n^p
$f(n) = p(n) \cdot b^n$, $\text{st}(p) = m$	$a_n^p = q(n) \cdot n^k \cdot b^n$, $k = \text{kratnost od } b \text{ kao nultočke kar. jedn.}$ (može biti $m = 0, b = 1$ ili $k = 0$), $q(n) = \text{polinom stupnja } m$
Posebno: $b = 1$ $f(n) = p(n), \text{st}(p) = m$	$a_n^p = q(n) \cdot n^k$, $k = \text{kratnost od } 1 \text{ kao nultočke kar. jedn.}$ (može biti $k = 0$), $q(n) = \text{polinom stupnja } m$
Posebno: $m = 0$ $f(n) = C \cdot b^n$	$a_n^p = A \cdot n^k \cdot b^n$, $k = \text{kratnost od } b \text{ kao nultočke kar. jedn.}$ (može biti $k = 0$), $A = \text{neodređeni koeficijent}$

Napomena: Ako b nije rješenje karakteristične jednačbe, stavljamo $k = 0$.

Podsjetnik za rješavanje linearnih rekurzija

Linearne homogene rekurzije

Za linearnu homogenu rekurzijsku:

$$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \dots + c_k a_{n-k}, \quad c_k \neq 0$$

Koraci:

1. Napiši karakterističnu jednačinu:

$$x^k - c_1 x^{k-1} - c_2 x^{k-2} - \dots - c_k = 0$$

2. Nađi nultočke $r_1, r_2, \dots, r_t$ s kratnostima $m_1, m_2, \dots, m_t$.
3. Opće rješenje homogene rekurzije:

$$a_n^{(h)} = \sum_{i=1}^t P_i(n) \cdot r_i^{m_i n}$$

gdje je $P_i(n)$ polinom stupnja najviše $m_i - 1$:

$$P_i(n) = A_{i,0} + A_{i,1}n + \dots + A_{i,m_i-1}n^{m_i-1}.$$

Linearne nehomogene rekurzije

Za linearnu nehomogenu rekurzijsku:

$$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \dots + c_k a_{n-k} + f(n)$$

Koraci:

1. Odredi homogeni dio $a_n^{(h)}$ kao gore (bez određivanja koeficijenata zasad).
2. Pomoću tablice odredi oblik partikularnog rješenja $a_n^{(p)}$ prema obliku $f(n)$.
3. Uvrštavanjem oblika za $a_n^{(p)}$ u jednačinu odredi koeficijente i odredi $a_n^{(p)}$.
4. Ukupno rješenje: $a_n = a_n^{(h)} + a_n^{(p)}$
5. Odredi konstante iz početnih uvjeta.

Početni uvjeti - podsjetnik

Za rekurzijsku k -tog reda treba k početnih uvjeta:

$$a_0, a_1, \dots, a_{k-1} \text{ su poznati}$$

Uvrstimo u ukupno rješenje $a_n = a_n^{(h)} + a_n^{(p)}$ za $n = 0, 1, \dots, k-1$ da odredimo konstante u $a_n^{(h)}$. Uvijek dobijemo k linearnih jednačina s k nepoznanica.