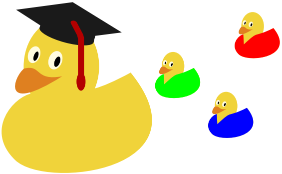
1. tjedan nastave: Realni brojevi. Općenito o realnim funkcijama.

Franka Miriam Brückler



Uvod u kolegij

Moje ime je

Franka Miriam Brückler.

Asistent će Vam biti

Karmen Grizelj.

Sve bitne informacije o kolegiju te nastavni materijali dostupni su preko web-stranice

`https://www.pmf.unizg.hr/chem/studenti/matematika_1_i_2`

Kao dodatna, opcionalna podrška nastavi postoji i Facebook-grupa

Matematika 1 & 2 za kemičare.

Sva pitanja vezana za predavanja ili pak općenito o kolegiju upućujete meni, isključivo na mail-adresu

fmbkemija@gmail.com

Brojevi, jedinice, konstante, varijable

- Iznosi mjerljivih, skalarnih fizikalnih veličina su umnošci (realnih) brojeva i mjernih jedinica.

Brojevi, jedinice, konstante, varijable

- Iznosi mjerljivih, skalarnih fizikalnih veličina su umnošci (realnih) brojeva i mjernih jedinica.
- Ponekad se pojavljuju i „čisti" brojevi, poput logaritama nekih veličina, no ako se dogovorimo da je njima jedinica jednaka 1, onda i njih možemo shvatiti kao umnožak broja i jedinice.

Brojevi, jedinice, konstante, varijable

- Iznosi mjerljivih, skalarnih fizikalnih veličina su umnošci (realnih) brojeva i mjernih jedinica.
- Ponekad se pojavljuju i „čisti" brojevi, poput logaritama nekih veličina, no ako se dogovorimo da je njima jedinica jednaka 1, onda i njih možemo shvatiti kao umnožak broja i jedinice.
- Razlika između varijable i konstante ovisi o kontekstu.

Brojevi, jedinice, konstante, varijable

- Iznosi mjerljivih, skalarnih fizikalnih veličina su umnošci (realnih) brojeva i mjernih jedinica.
- Ponekad se pojavljuju i „čisti" brojevi, poput logaritama nekih veličina, no ako se dogovorimo da je njima jedinica jednaka 1, onda i njih možemo shvatiti kao umnožak broja i jedinice.
- Razlika između varijable i konstante ovisi o kontekstu.
- Dvije varijable (ili konstante) ne mogu biti jednake ako se ne podudaraju u fizikalnoj dimenziji (ako se ne mogu izraziti u istoj jedinici).

Brojevi, jedinice, konstante, varijable

- Iznosi mjerljivih, skalarnih fizikalnih veličina su umnošci (realnih) brojeva i mjernih jedinica.
- Ponekad se pojavljuju i „čisti" brojevi, poput logaritama nekih veličina, no ako se dogovorimo da je njima jedinica jednaka 1, onda i njih možemo shvatiti kao umnožak broja i jedinice.
- Razlika između varijable i konstante ovisi o kontekstu.
- Dvije varijable (ili konstante) ne mogu biti jednake ako se ne podudaraju u fizikalnoj dimenziji (ako se ne mogu izraziti u istoj jedinici).
- Osnovne podjele varijabli: nezavisne vs. zavisne, diskretne vs. kontinuirane

Skupovi brojeva: $\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

Zadatak. Odaberite točan odgovor:

1. $8 - 2 \cdot 3 =$ (a) 18; (b) 2.

Skupovi brojeva: $\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

Zadatak. Odaberite točan odgovor:

1. $8 - 2 \cdot 3 =$ (a) 18; (b) 2.
2. $36 + 18/9 - 7 =$ (a) -1; (b) 27; (c) 31; (d) 45.

Skupovi brojeva: $\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

Zadatak. Odaberite točan odgovor:

1. $8 - 2 \cdot 3 =$ (a) 18; (b) 2.
2. $36 + 18/9 - 7 =$ (a) -1; (b) 27; (c) 31; (d) 45.
3. $2^{-x} =$ (a) -2^x; (b) $2^{-1} \cdot 2^x$; (c) $0{,}5^x$; (d) $1/2^x$.

Skupovi brojeva: $\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

Zadatak. Odaberite točan odgovor:

1. $8 - 2 \cdot 3 =$ (a) 18; (b) 2.
2. $36 + 18/9 - 7 =$ (a) -1; (b) 27; (c) 31; (d) 45.
3. $2^{-x} =$ (a) -2^x; (b) $2^{-1} \cdot 2^x$; (c) $0{,}5^x$; (d) $1/2^x$.
4. $-2^2 =$ (a) 4; (b) -4.

Skupovi brojeva: $\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

Zadatak. Odaberite točan odgovor:

1. $8 - 2 \cdot 3 =$ (a) 18; (b) 2.
2. $36 + 18/9 - 7 =$ (a) -1; (b) 27; (c) 31; (d) 45.
3. $2^{-x} =$ (a) -2^x; (b) $2^{-1} \cdot 2^x$; (c) $0{,}5^x$; (d) $1/2^x$.
4. $-2^2 =$ (a) 4; (b) -4.
5. $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} =$ (a) 1; (b) $x^2 + y^2/xy$; (c) $(x^2 + y^2)/xy$; (d) $(x^2 + y^2)/(xy)$.

Skupovi brojeva: $\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

Zadatak. Odaberite točan odgovor:

1. $8 - 2 \cdot 3 =$ (a) 18; (b) 2.
2. $36 + 18/9 - 7 =$ (a) -1; (b) 27; (c) 31; (d) 45.
3. $2^{-x} =$ (a) -2^x; (b) $2^{-1} \cdot 2^x$; (c) $0{,}5^x$; (d) $1/2^x$.
4. $-2^2 =$ (a) 4; (b) -4.
5. $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} =$ (a) 1; (b) $x^2 + y^2/xy$; (c) $(x^2 + y^2)/xy$; (d) $(x^2 + y^2)/(xy)$.
6. $1 + Bx + \frac{1}{4}B^2x^2 =$ (a) $(1 + B + B^2)(1 + \frac{x^2}{4})$; (b) $(Bx/2 + 1)^2$; (c) $(Bx + 1)^2/2$.

Skupovi brojeva: $\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

Zadatak. Odaberite točan odgovor:

1. $8 - 2 \cdot 3 =$ (a) 18; (b) 2.
2. $36 + 18/9 - 7 =$ (a) -1; (b) 27; (c) 31; (d) 45.
3. $2^{-x} =$ (a) -2^x; (b) $2^{-1} \cdot 2^x$; (c) $0{,}5^x$; (d) $1/2^x$.
4. $-2^2 =$ (a) 4; (b) -4.
5. $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} =$ (a) 1; (b) $x^2 + y^2/xy$; (c) $(x^2 + y^2)/xy$; (d) $(x^2 + y^2)/(xy)$.
6. $1 + Bx + \frac{1}{4}B^2x^2 =$ (a) $(1 + B + B^2)(1 + \frac{x^2}{4})$; (b) $(Bx/2 + 1)^2$; (c) $(Bx + 1)^2/2$.
7. $\sqrt[3]{27 + 64 + 125} =$ (a) 6; (b) 12.

Skupovi brojeva: $\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

Zadatak. Odaberite točan odgovor:

1. $8 - 2 \cdot 3 =$ (a) 18; (b) 2.
2. $36 + 18/9 - 7 =$ (a) -1; (b) 27; (c) 31; (d) 45.
3. $2^{-x} =$ (a) -2^x; (b) $2^{-1} \cdot 2^x$; (c) $0{,}5^x$; (d) $1/2^x$.
4. $-2^2 =$ (a) 4; (b) -4.
5. $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} =$ (a) 1; (b) $x^2 + y^2/xy$; (c) $(x^2 + y^2)/xy$; (d) $(x^2 + y^2)/(xy)$.
6. $1 + Bx + \frac{1}{4}B^2x^2 =$ (a) $(1 + B + B^2)(1 + \frac{x^2}{4})$; (b) $(Bx/2 + 1)^2$; (c) $(Bx + 1)^2/2$.
7. $\sqrt[3]{27 + 64 + 125} =$ (a) 6; (b) 12.
8. $-4^{-3^{-2^{-1}}} =$ (a) nema smisla; (b) $-\frac{1}{4096}$; (c) $\frac{1}{4096}$; (d) $-\frac{1}{4^{1/\sqrt{3}}}$.

Decimalni zapis

Brojevi se zapisuju brojkama, a u nas je uobičajeno koristiti brojke decimalnog pozicijskog sustava:

$$2{,}14 = 2 + 1 \cdot \frac{1}{10} + 4 \cdot \frac{1}{100} = 2 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2}.$$

Decimalni zapis

Brojevi se zapisuju brojkama, a u nas je uobičajeno koristiti brojke decimalnog pozicijskog sustava:

$$2{,}14 = 2 + 1 \cdot \frac{1}{10} + 4 \cdot \frac{1}{100} = 2 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2}.$$

Neki realni brojevi, poput $\frac{1}{16}$, imaju konačan decimalni zapis (0,0625) te je on potpuno egzaktan.

Decimalni zapis

Brojevi se zapisuju brojkama, a u nas je uobičajeno koristiti brojke decimalnog pozicijskog sustava:

$$2{,}14 = 2 + 1 \cdot \frac{1}{10} + 4 \cdot \frac{1}{100} = 2 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2}.$$

Neki realni brojevi, poput $\frac{1}{16}$, imaju konačan decimalni zapis (0,0625) te je on potpuno egzaktan. Drugi brojevi, poput $\frac{1}{3}$ ili $\sqrt{2}$, nemaju konačan decimalan zapis te svaki njihov zapis s konačno mnogo znamenki nužno sadrži i grešku zaokruživanja: $\frac{1}{3} \neq 0{,}3333$, $\sqrt{2} \neq 1{,}41$. Greška u takvom zapisu je reda veličine 10^{-m-1} (odgovarajuće mjerne jedinice) gdje je m broj znamenki iza decimalnog zareza u odabranoj aproksimaciji. Tako je greška zapisa $\frac{1}{3}$ mm kao 0,3333 mm reda veličine 10^{-5} mm, a greška zapisa $\sqrt{2}$ m s^{-1} kao 1,41 m s^{-1} je reda veličine 10^{-3} m s^{-1}.

Zadatak. Je li broj 2,52525252... racionalan ili nije? Ako jest, kojem je razlomku jednak?

Zadatak. Je li broj 2,52525252... racionalan ili nije? Ako jest, kojem je razlomku jednak?

$$x = 2{,}52525252\ldots \Rightarrow 100x = 252{,}52525252\ldots = 250 + x \Rightarrow x = \frac{250}{99}$$

Zadatak. Je li broj 2,52525252... racionalan ili nije? Ako jest, kojem je razlomku jednak?

$$x = 2{,}52525252\ldots \Rightarrow 100x = 252{,}52525252\ldots = 250 + x \Rightarrow x = \frac{250}{99}$$

Zaokruživanje brojeva se može provoditi na više načina. Standardni način je sljedeći: ako želimo odbaciti nekoliko zadnjih znamenki i one počinju s 5,6,7,8 ili 9, zaokružujemo na gore (zadnja znamenka ispred njih se pri odbacivanju poveća za 1: 3,7898 na tri decimale zaokruženo je 3,790), a ako počinju s drugim znamenkama nadolje. Ako pak odbacujemo niz znamenaka 500...0, ponekad se koristi sljedeće pravilo: parna znamenka ispred se ne mijenja, neparna ide nagore (7,85 na 7,8, a 7,15 na 7,2).

Znanstvena notacija

Kako bi se izbjegle nedoumice, pogotovu oko značajnih znamenki, uobičajeno je koristiti **znanstvenu notaciju**:

$$x = m \cdot 10^n$$

gdje je broj $m \in [1, 10\rangle$ tzv. mantisa (zapisana sa svim značajnim znamenkama), a $n \in \mathbb{Z}$ je eksponent. Broj značajnih znamenki broja x jednak je broju značajnih znamenki mantise. Zahtjev da mantisa bude broj između 1 i 10 čini takav zapis jedinstvenim.

Primjer

Naboj elektrona zaokružen na šest značajnih znamenki iznosi $0{,}000000000000000000160217$ *C, što je*

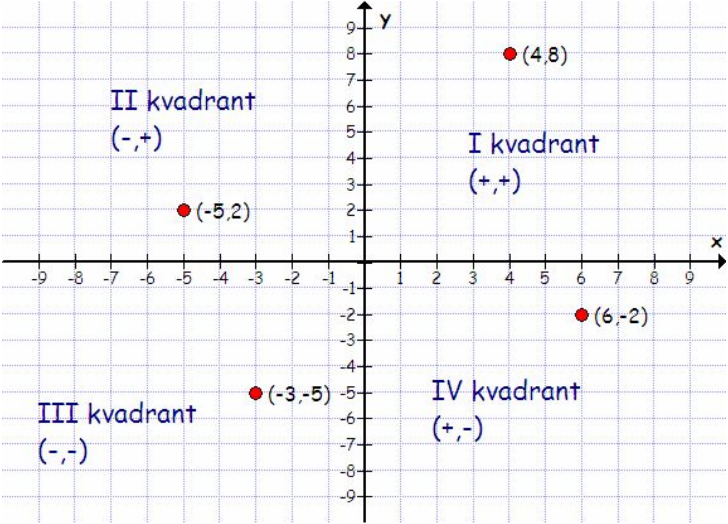
$$e = 1{,}60217 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}.$$

Brojevni pravac

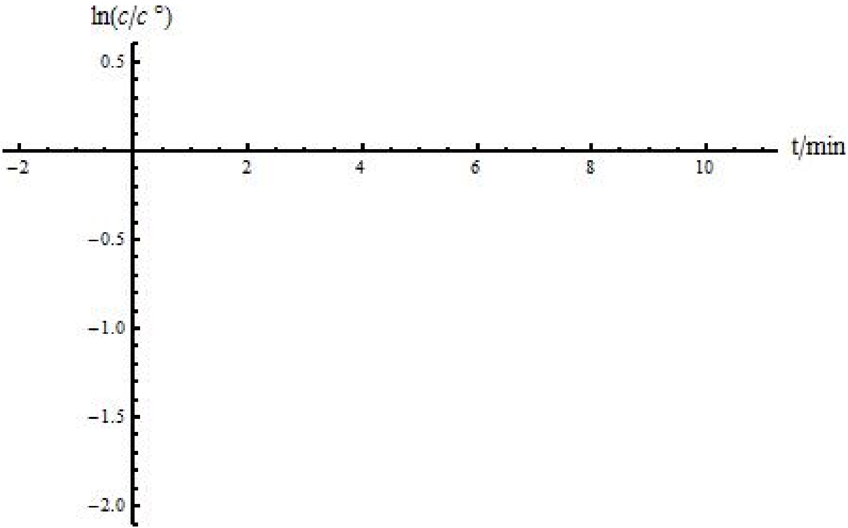
- realni brojevi mogu se poistovjetiti s točkama pravca, uz uvjet da su na pravcu odabrane točke koje predstavljaju brojeve 0 i 1 (ili neki drugi par različitih brojeva kojim je određena duljina koja odgovara broju 1)
- ako želimo nanositi brojeve u rasponu od a do b u pravilu brojevni pravac crtamo tako da je broj a pri njegovom lijevom kraju, a broj b pri desnom;
- neutralna oznaka za realne brojeve: x (ili y)
- ako su naši brojevi vrijednosti neke fizikalne veličine, primjerice koncentracije c mjerene u mol/L, onda je ta veličina podijeljena s odabranom jedinicom realni broj i imamo poistovjećenje (koje koristimo pri oznaci osi):

$$x = \frac{\text{fizikalna vel.}}{\text{jed.}}$$

Kartezijev/pravokutni koordinatni sustav



U praksi . . .



Zadatak

Zadatak

Pri nekom eksperimentu dobivene su sljedeće vrijednosti tlaka para etanola pri različitim temperaturama:

$t/°\mathrm{C}$	p/torr
25	55,900
30	70,000
35	93,800
40	117,50
45	154,10
50	190,70
55	241,90
60	304,15
65	377,90

Skicirajte podatke u pravokutnom koordinatnom sustavu tako da na apscisi budu temperature u kelvinima, a na ordinati tlak u torrima.

Pojam funkcije

Definicija

Funkcija $f : D \to K$ je jednoznačno pridruživanje elemenata $y = f(x)$ jednog skupa (kodomene K) elementima x drugog skupa (domene D). Realne funkcije jedne varijable realnim brojevima pridružuju realne brojeve.

Primjer

Na tržnici kilogram paprike babure košta 2 €:

- Cijena C ovisi o masi m: $C(m) = 2m$ €/kg. Matematizirano: $y = C/€$, $x = m/\text{kg}$, $y = f(x) = 8x$.

Pojam funkcije

Definicija

Funkcija $f : D \to K$ je jednoznačno pridruživanje elemenata $y = f(x)$ jednog skupa (kodomene K) elementima x drugog skupa (domene D). Realne funkcije jedne varijable realnim brojevima pridružuju realne brojeve.

Primjer

Na tržnici kilogram paprike babure košta 2 €:

- Cijena C ovisi o masi m: $C(m) = 2m$ €/kg. Matematizirano: $y = C/€$, $x = m/\text{kg}$, $y = f(x) = 8x$. Nezavisna varijabla: m odnosno x. Zavisna varijabla: C odnosno y.
- $C : [0, M] \to \mathbb{R} \cdot €$(odnosno $f : [0, M/\text{kg}] \to \mathbb{R}$), gdje je M masa paprika koju sveukupno ima prodavač.

Pojam funkcije

Definicija

Funkcija $f : D \to K$ je jednoznačno pridruživanje elemenata $y = f(x)$ jednog skupa (kodomene K) elementima x drugog skupa (domene D). Realne funkcije jedne varijable realnim brojevima pridružuju realne brojeve.

Primjer

Na tržnici kilogram paprike babure košta 2 €:

- Cijena C ovisi o masi m: $C(m) = 2m$ €/kg. Matematizirano: $y = C/$€, $x = m/\text{kg}$, $y = f(x) = 8x$. Nezavisna varijabla: m odnosno x. Zavisna varijabla: C odnosno y.
- $C : [0, M] \to \mathbb{R}\cdot$ €(odnosno $f : [0, M/\text{kg}] \to \mathbb{R}$), gdje je M masa paprika koju sveukupno ima prodavač. Prirodna domena bila bi $\mathbb{R}$.

Proporcionalnost

Konkretna domena uvijek je podskup prirodne domene. Prirodna domena matematičkom formulom iskazane funkcijske ovisnosi je skup svih vrijednosti nezavisne varijable koje ima smisla uvrstiti u formulu.

Proporcionalnost

Konkretna domena uvijek je podskup prirodne domene. Prirodna domena matematičkom formulom iskazane funkcijske ovisnosi je skup svih vrijednosti nezavisne varijable koje ima smisla uvrstiti u formulu.
U prethodnom primjeru omjer cijene i mase paprika uvijek je isti (8 kn/kg). Kažemo: U tom je primjeru cijena proporcionalna masi.

Definicija

Par međuovisnih varijabilnih veličina zove se proporcionalnim (razmjernim) ako je omjer (kvocijent) njihovih vrijednosti konstantan, tj. jednak za svaki par odgovarajućih vrijednosti. U tom slučaju navedeni omjer nazivamo koeficijentom proporcionalnosti.

Ovisi li površina kruga proporcionalno o njegovu polumjeru?

Proporcionalnost

Konkretna domena uvijek je podskup prirodne domene. Prirodna domena matematičkom formulom iskazane funkcijske ovisnosi je skup svih vrijednosti nezavisne varijable koje ima smisla uvrstiti u formulu.

U prethodnom primjeru omjer cijene i mase paprika uvijek je isti (8 kn/kg). Kažemo: U tom je primjeru cijena proporcionalna masi.

Definicija

Par međuovisnih varijabilnih veličina zove se proporcionalnim (razmjernim) ako je omjer (kvocijent) njihovih vrijednosti konstantan, tj. jednak za svaki par odgovarajućih vrijednosti. U tom slučaju navedeni omjer nazivamo koeficijentom proporcionalnosti.

Ovisi li površina kruga proporcionalno o njegovu polumjeru? A opseg?

Proporcionalnost

Konkretna domena uvijek je podskup prirodne domene. Prirodna domena matematičkom formulom iskazane funkcijske ovisnosi je skup svih vrijednosti nezavisne varijable koje ima smisla uvrstiti u formulu.

U prethodnom primjeru omjer cijene i mase paprika uvijek je isti (8 kn/kg). Kažemo: U tom je primjeru cijena proporcionalna masi.

Definicija

Par međuovisnih varijabilnih veličina zove se proporcionalnim (razmjernim) ako je omjer (kvocijent) njihovih vrijednosti konstantan, tj. jednak za svaki par odgovarajućih vrijednosti. U tom slučaju navedeni omjer nazivamo koeficijentom proporcionalnosti.

Ovisi li površina kruga proporcionalno o njegovu polumjeru? A opseg? A omjer opsega i površine kruga o recipročnoj vrijednosti njegova polumjera?

Rast i pad funkcije

Što je volumen (idealnog) plina veći, to je tlak tog plina _____, a što je volumen manji, to je tlak _____.

Rast i pad funkcije

Što je volumen (idealnog) plina veći, to je tlak tog plina ______, a što je volumen manji, to je tlak ______.
S druge strane, što je masa paprika veća, to je cijena tih paprika ______, a što je masa paprika manja, to im je cijena ______.

Rast i pad funkcije

Što je volumen (idealnog) plina veći, to je tlak tog plina ______, a što je volumen manji, to je tlak ______.
S druge strane, što je masa paprika veća, to je cijena tih paprika ______, a što je masa paprika manja, to im je cijena ______.
Ako funkcija f ima svojstvo da što je vrijednost nezavisne varijable x veća, to je i vrijednost zavisne varijable $f(x)$ veća, kažemo da je funkcija rastuća. Ako pak funkcija ima svojstvo da što je vrijednost nezavisne varijable veća, to je vrijednost zavisne varijable manja, kažemo da je funkcija padajuća. Pritom se podrazumijeva da se definicije odnose samo na nezavisne varijable iz po jednog intervala (to ćemo još kasnije komentirati).
Ako su dvije veličine proporcionalne, znači li to da kad jedna raste, raste i druga?

Rast i pad funkcije

Što je volumen (idealnog) plina veći, to je tlak tog plina ______, a što je volumen manji, to je tlak ______.
S druge strane, što je masa paprika veća, to je cijena tih paprika ______, a što je masa paprika manja, to im je cijena ______.
Ako funkcija f ima svojstvo da što je vrijednost nezavisne varijable x veća, to je i vrijednost zavisne varijable $f(x)$ veća, kažemo da je funkcija rastuća. Ako pak funkcija ima svojstvo da što je vrijednost nezavisne varijable veća, to je vrijednost zavisne varijable manja, kažemo da je funkcija padajuća. Pritom se podrazumijeva da se definicije odnose samo na nezavisne varijable iz po jednog intervala (to ćemo još kasnije komentirati).
Ako su dvije veličine proporcionalne, znači li to da kad jedna raste, raste i druga? A obrnuto?

Rast i pad funkcije

Što je volumen (idealnog) plina veći, to je tlak tog plina ______, a što je volumen manji, to je tlak ______.
S druge strane, što je masa paprika veća, to je cijena tih paprika ______, a što je masa paprika manja, to im je cijena ______.
Ako funkcija f ima svojstvo da što je vrijednost nezavisne varijable x veća, to je i vrijednost zavisne varijable $f(x)$ veća, kažemo da je funkcija rastuća. Ako pak funkcija ima svojstvo da što je vrijednost nezavisne varijable veća, to je vrijednost zavisne varijable manja, kažemo da je funkcija padajuća. Pritom se podrazumijeva da se definicije odnose samo na nezavisne varijable iz po jednog intervala (to ćemo još kasnije komentirati).
Ako su dvije veličine proporcionalne, znači li to da kad jedna raste, raste i druga? A obrnuto? Navedite neki primjer padajuće proporcionalne ovisnosti!

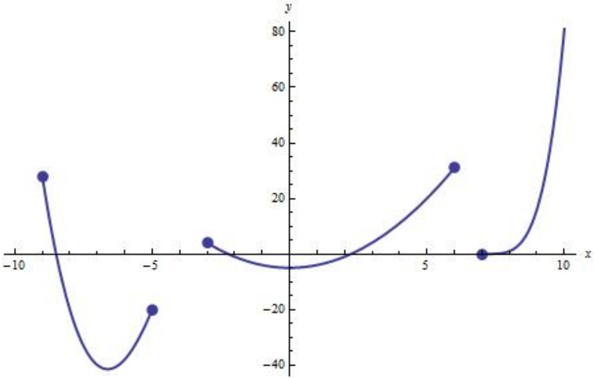
Prikaz realne funkcije jedne varijable u pravokutnom koordinatnom sustavu sastoji se od točaka čije apscise su vrijednosti nezavisne varijable, a ordinate pridružene vrijednosti zavisne varijable. Općenito, graf funkcije $f : D \to K$ je skup svih parova $(x, f(x))$ gdje je $x \in D$, a prikaziv je u ravninskom Kartezijevom koordinatnom sustavu samo ako se D i K mogu shvatiti kao podskupovih realnih brojeva.

$$\text{GRAF FUNKCIJE} \neq \text{SLIKA FUNKCIJE}$$

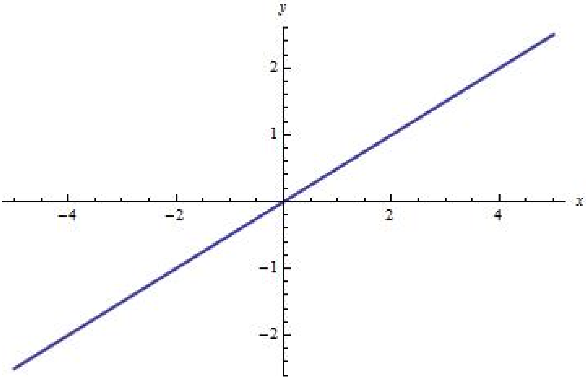
Skicirajte grafove koji bi opisivali sljedeće procese:

1. Ovisnost prijeđene udaljenosti o vremenu, pri vožnji stalnom brzinom.
2. Ovisnost visine ventila na kotaču bicikla o pomaku bicikla.
3. Ovisnost temperature (u početku vrućeg) čaja o vremenu.
4. Ovisnost visine teniske loptice bačene uvis o vremenu.
5. Ovisnost duljina u inčima i metrima.
6. Ovisnost udaljenosti koju je proletio padobranac koji je iskočio iz aviona o vremenu, do otvaranja padobrana.
7. Ovisnost promjera približno sferičkog balona o broju upuha zraka kroz pumpicu.
8. Ovisnost preostalog volumena vode u velikoj posudi, koju netko konstantnom brzinom pije kroz slamku, o vremenu.

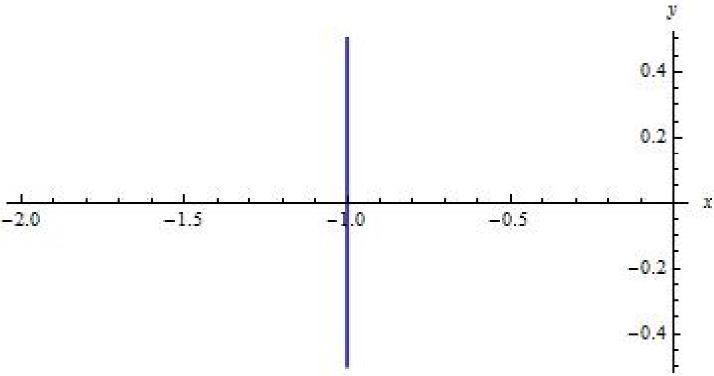
Za svaki od sljedećih dijagrama utvrdite radi li se o prikazu grafa neke funkcije u Kartezijevom koordinatnom sustavu? Zašto?



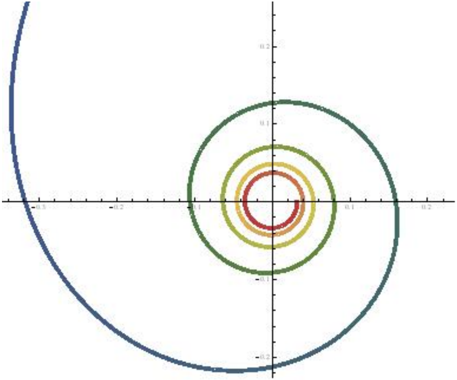
Za svaki od sljedećih dijagrama utvrdite radi li se o prikazu grafa neke funkcije u Kartezijevom koordinatnom sustavu? Zašto?



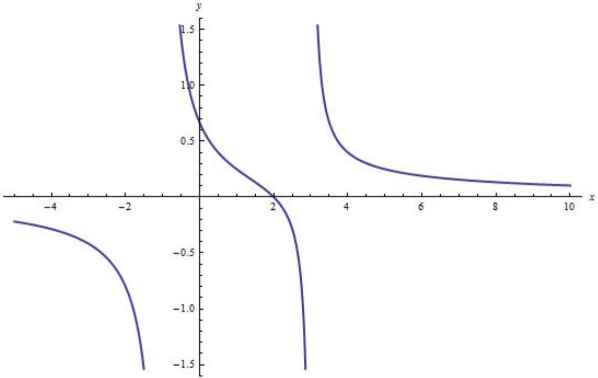
Za svaki od sljedećih dijagrama utvrdite radi li se o prikazu grafa neke funkcije u Kartezijevom koordinatnom sustavu? Zašto?



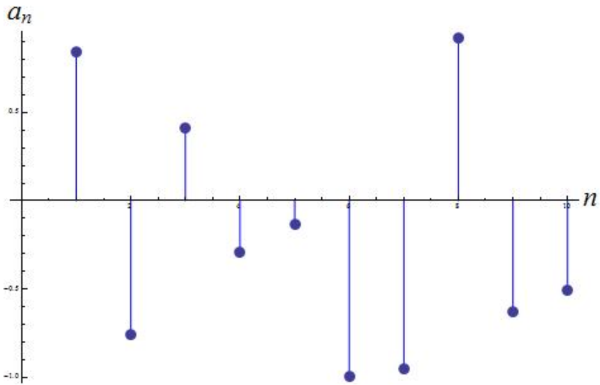
Za svaki od sljedećih dijagrama utvrdite radi li se o prikazu grafa neke funkcije u Kartezijevom koordinatnom sustavu? Zašto?



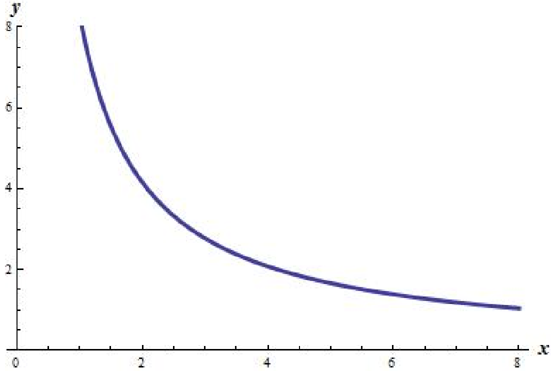
Za svaki od sljedećih dijagrama utvrdite radi li se o prikazu grafa neke funkcije u Kartezijevom koordinatnom sustavu? Zašto?



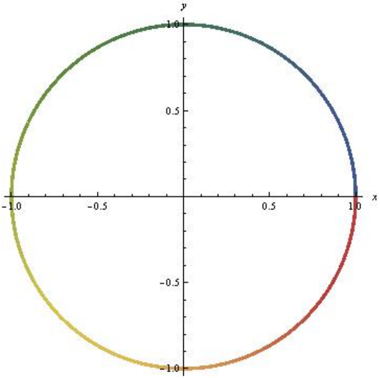
Za svaki od sljedećih dijagrama utvrdite radi li se o prikazu grafa neke funkcije u Kartezijevom koordinatnom sustavu? Zašto?



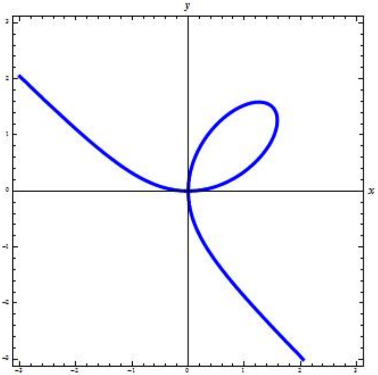
Za svaki od sljedećih dijagrama utvrdite radi li se o prikazu grafa neke funkcije u Kartezijevom koordinatnom sustavu? Zašto?



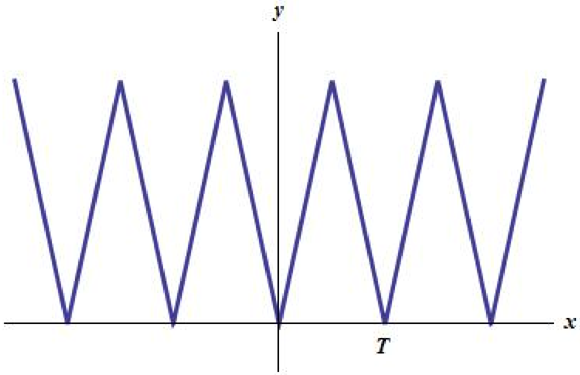
Za svaki od sljedećih dijagrama utvrdite radi li se o prikazu grafa neke funkcije u Kartezijevom koordinatnom sustavu? Zašto?



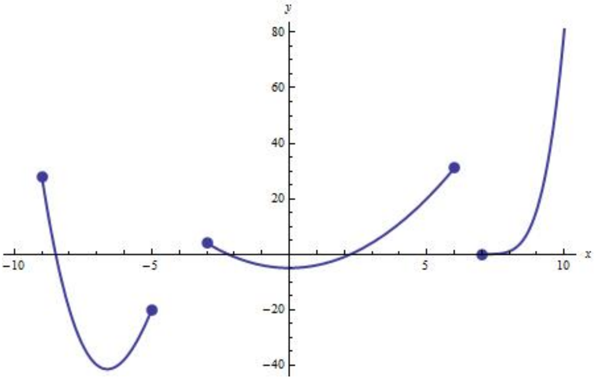
Za svaki od sljedećih dijagrama utvrdite radi li se o prikazu grafa neke funkcije u Kartezijevom koordinatnom sustavu? Zašto?



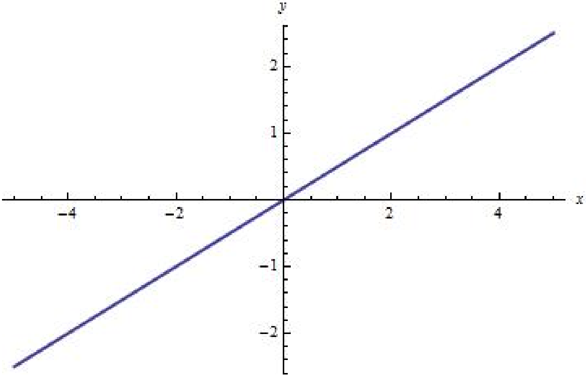
Za svaki od sljedećih dijagrama utvrdite radi li se o prikazu grafa neke funkcije u Kartezijevom koordinatnom sustavu? Zašto?



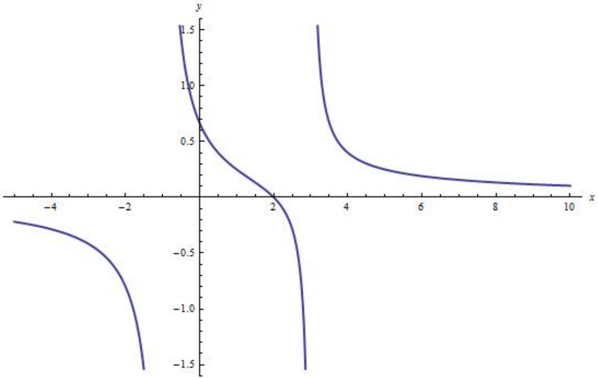
Za svaki od sljedećih prikaza grafova funkcija utvrdite pripadnu domenu.



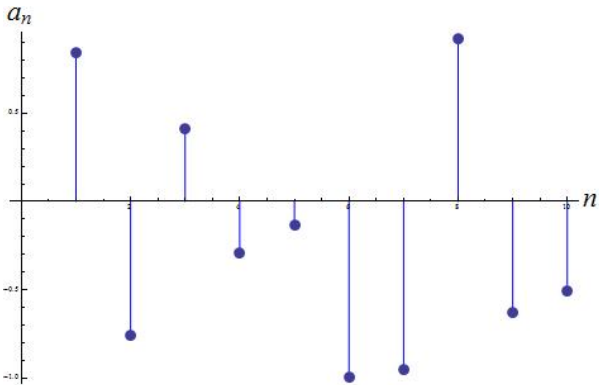
Za svaki od sljedećih prikaza grafova funkcija utvrdite pripadnu domenu.



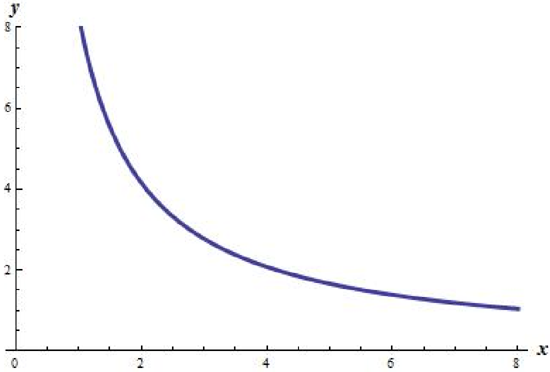
Za svaki od sljedećih prikaza grafova funkcija utvrdite pripadnu domenu.



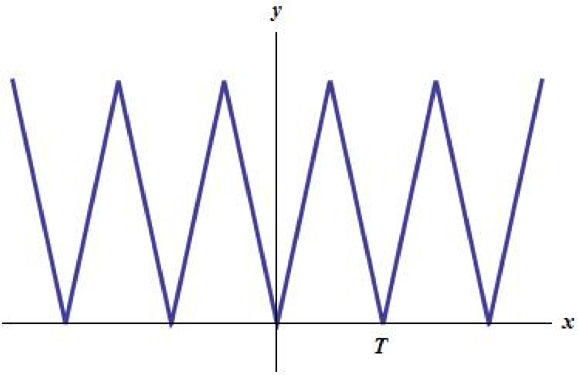
Za svaki od sljedećih prikaza grafova funkcija utvrdite pripadnu domenu.



Za svaki od sljedećih prikaza grafova funkcija utvrdite pripadnu domenu.



Za svaki od sljedećih prikaza grafova funkcija utvrdite pripadnu domenu.



Mora li graf funkcije sječi os ordinata?

Mora li graf funkcije sječi os ordinata? Što govori o funkciji ako graf ne siječe os ordinata?

Mora li graf funkcije sječi os ordinata? Što govori o funkciji ako graf ne siječe os ordinata? Ako graf siječe os ordinata, može li biti više sjecišta?

Mora li graf funkcije sječi os ordinata? Što govori o funkciji ako graf ne siječe os ordinata? Ako graf siječe os ordinata, može li biti više sjecišta? Ordinata tog jedinstvenog sjecišta s osi ordinata, ako takvo postoji, predstavlja koji podatak o funkciji?

Mora li graf funkcije sječi os ordinata? Što govori o funkciji ako graf ne siječe os ordinata? Ako graf siječe os ordinata, može li biti više sjecišta? Ordinata tog jedinstvenog sjecišta s osi ordinata, ako takvo postoji, predstavlja koji podatak o funkciji?

Mora li graf funkcije sječi os apscisa?

Mora li graf funkcije sječi os ordinata? Što govori o funkciji ako graf ne siječe os ordinata? Ako graf siječe os ordinata, može li biti više sjecišta? Ordinata tog jedinstvenog sjecišta s osi ordinata, ako takvo postoji, predstavlja koji podatak o funkciji?
Mora li graf funkcije sječi os apscisa? Što govori o funkciji ako graf ne siječe os apscisa?

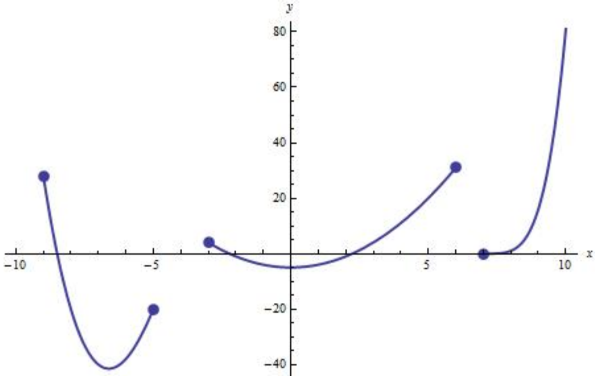
Mora li graf funkcije sječi os ordinata? Što govori o funkciji ako graf ne siječe os ordinata? Ako graf siječe os ordinata, može li biti više sjecišta? Ordinata tog jedinstvenog sjecišta s osi ordinata, ako takvo postoji, predstavlja koji podatak o funkciji?
Mora li graf funkcije sječi os apscisa? Što govori o funkciji ako graf ne siječe os apscisa? Ako graf siječe os apscisa, može li biti više sjecišta?

Mora li graf funkcije sječi os ordinata? Što govori o funkciji ako graf ne siječe os ordinata? Ako graf siječe os ordinata, može li biti više sjecišta? Ordinata tog jedinstvenog sjecišta s osi ordinata, ako takvo postoji, predstavlja koji podatak o funkciji?
Mora li graf funkcije sječi os apscisa? Što govori o funkciji ako graf ne siječe os apscisa? Ako graf siječe os apscisa, može li biti više sjecišta? Apscisa svakog sjecišta s osi apscisa predstavlja koji podatak o funkciji?

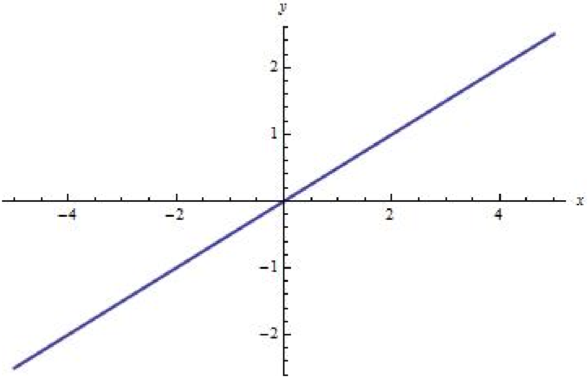
Mora li graf funkcije sječi os ordinata? Što govori o funkciji ako graf ne siječe os ordinata? Ako graf siječe os ordinata, može li biti više sjecišta? Ordinata tog jedinstvenog sjecišta s osi ordinata, ako takvo postoji, predstavlja koji podatak o funkciji?
Mora li graf funkcije sječi os apscisa? Što govori o funkciji ako graf ne siječe os apscisa? Ako graf siječe os apscisa, može li biti više sjecišta? Apscisa svakog sjecišta s osi apscisa predstavlja koji podatak o funkciji?
Kako biste pomoću grafičkog prikaza utvrdili za koje vrijednosti varijable je funkcija pozitivna/negativna?

Mora li graf funkcije sječi os ordinata? Što govori o funkciji ako graf ne siječe os ordinata? Ako graf siječe os ordinata, može li biti više sjecišta? Ordinata tog jedinstvenog sjecišta s osi ordinata, ako takvo postoji, predstavlja koji podatak o funkciji?
Mora li graf funkcije sječi os apscisa? Što govori o funkciji ako graf ne siječe os apscisa? Ako graf siječe os apscisa, može li biti više sjecišta? Apscisa svakog sjecišta s osi apscisa predstavlja koji podatak o funkciji?
Kako biste pomoću grafičkog prikaza utvrdili za koje vrijednosti varijable je funkcija pozitivna/negativna? A na kojim intervalima raste/pada?

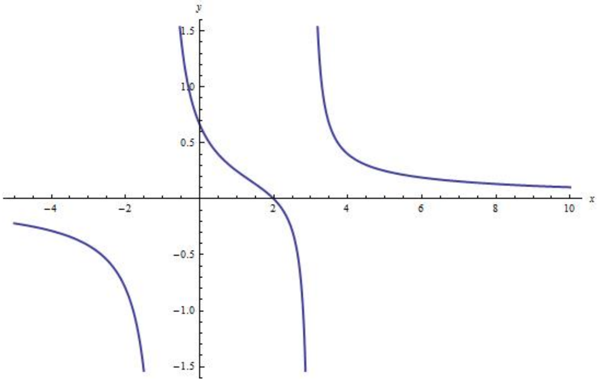
Za svaki od sljedećih prikaza grafova funkcija odredite vrijednost funkcije u 0, nultočke, intervale pozitivnosti funkcije te intervale pada.



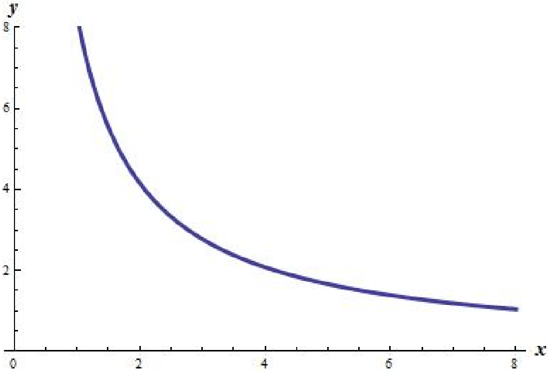
Za svaki od sljedećih prikaza grafova funkcija odredite vrijednost funkcije u 0, nultočke, intervale pozitivnosti funkcije te intervale pada.



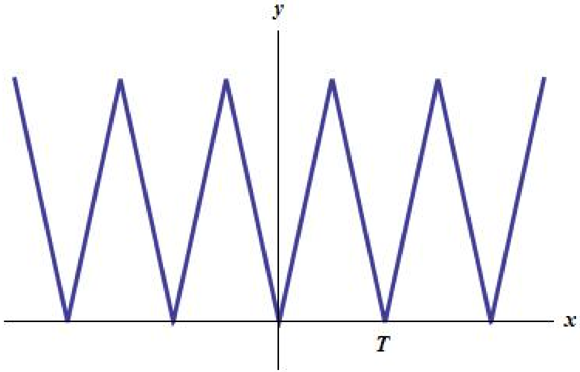
Za svaki od sljedećih prikaza grafova funkcija odredite vrijednost funkcije u 0, nultočke, intervale pozitivnosti funkcije te intervale pada.



Za svaki od sljedećih prikaza grafova funkcija odredite vrijednost funkcije u 0, nultočke, intervale pozitivnosti funkcije te intervale pada.



Za svaki od sljedećih prikaza grafova funkcija odredite vrijednost funkcije u 0, nultočke, intervale pozitivnosti funkcije te intervale pada.



Što je zajedničko skupu $\mathbb{R}$, intervalima $[-1, 1]$, $\langle -\pi, \pi \rangle$ te skupu $\ldots \cup [-5, -4\rangle \cup [-3, -2\rangle \cup [-1, 1] \cup \langle 2, 3] \cup \langle 4, 5] \cup \ldots$, a nije im zajedničko s intervalima $[-2, 2\rangle$ i $\langle 0, 3\rangle$?

Što je zajedničko skupu $\mathbb{R}$, intervalima $[-1, 1]$, $\langle -\pi, \pi \rangle$ te skupu $\ldots \cup [-5, -4\rangle \cup [-3, -2\rangle \cup [-1, 1] \cup \langle 2, 3] \cup \langle 4, 5] \cup \ldots$, a nije im zajedničko s intervalima $[-2, 2\rangle$ i $\langle 0, 3\rangle$? Ako u funkciju ne postoji element domene takav da njegov suprotni element nije u domeni, kažemo da je domena simetrična.
Ako funkcija ima simetričnu domenu i dodatno svojstvo da je za svaki element domene svejedno uvrstimo li njega ili njemu suprotni u funkciju, kako će izgledati graf funkcije u Kartezijevom koordinatnom sustavu?

Što je zajedničko skupu $\mathbb{R}$, intervalima $[-1, 1]$, $\langle -\pi, \pi\rangle$ te skupu $\ldots \cup [-5, -4\rangle \cup [-3, -2\rangle \cup [-1, 1] \cup \langle 2, 3] \cup \langle 4, 5] \cup \ldots$, a nije im zajedničko s intervalima $[-2, 2\rangle$ i $\langle 0, 3\rangle$? Ako u funkciju ne postoji element domene takav da njegov suprotni element nije u domeni, kažemo da je domena simetrična.

Ako funkcija ima simetričnu domenu i dodatno svojstvo da je za svaki element domene svejedno uvrstimo li njega ili njemu suprotni u funkciju, kako će izgledati graf funkcije u Kartezijevom koordinatnom sustavu? Kako biste formulom izrazili navedeno svojstvo (parnost funkcije)?

Što je zajedničko skupu $\mathbb{R}$, intervalima $[-1, 1]$, $\langle -\pi, \pi \rangle$ te skupu $\ldots \cup [-5, -4\rangle \cup [-3, -2\rangle \cup [-1, 1] \cup \langle 2, 3] \cup \langle 4, 5] \cup \ldots$, a nije im zajedničko s intervalima $[-2, 2\rangle$ i $\langle 0, 3\rangle$? Ako u funkciju ne postoji element domene takav da njegov suprotni element nije u domeni, kažemo da je domena simetrična.

Ako funkcija ima simetričnu domenu i dodatno svojstvo da je za svaki element domene svejedno uvrstimo li njega ili njemu suprotni u funkciju, kako će izgledati graf funkcije u Kartezijevom koordinatnom sustavu? Kako biste formulom izrazili navedeno svojstvo (parnost funkcije)?

Ako funkcija ima simetričnu domenu i dodatno svojstvo da uvrštavanjem bilo kojeg elementa domene i njemu suprotnog u funkciju uvijek dobivamo par suprotnih brojeva, kako će izgledati graf funkcije u Kartezijevom koordinatnom sustavu?

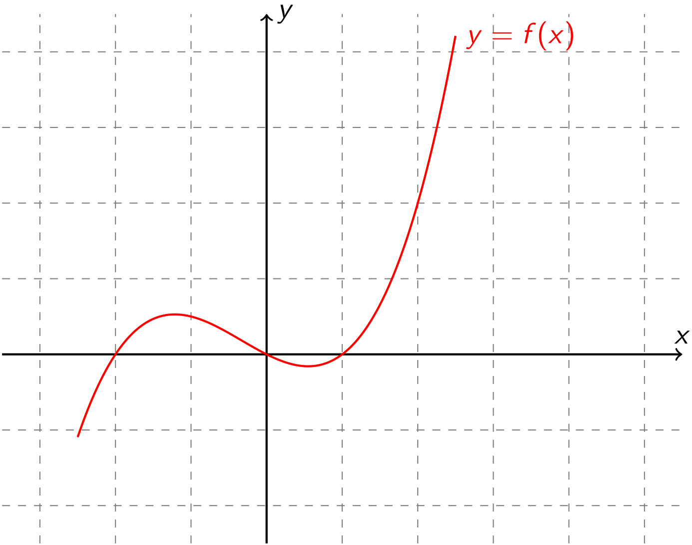
Što je zajedničko skupu $\mathbb{R}$, intervalima $[-1, 1]$, $\langle -\pi, \pi \rangle$ te skupu $\ldots \cup [-5, -4\rangle \cup [-3, -2\rangle \cup [-1, 1] \cup \langle 2, 3] \cup \langle 4, 5] \cup \ldots$, a nije im zajedničko s intervalima $[-2, 2\rangle$ i $\langle 0, 3\rangle$? Ako u funkciju ne postoji element domene takav da njegov suprotni element nije u domeni, kažemo da je domena simetrična.
Ako funkcija ima simetričnu domenu i dodatno svojstvo da je za svaki element domene svejedno uvrstimo li njega ili njemu suprotni u funkciju, kako će izgledati graf funkcije u Kartezijevom koordinatnom sustavu? Kako biste formulom izrazili navedeno svojstvo (parnost funkcije)?
Ako funkcija ima simetričnu domenu i dodatno svojstvo da uvrštavanjem bilo kojeg elementa domene i njemu suprotnog u funkciju uvijek dobivamo par suprotnih brojeva, kako će izgledati graf funkcije u Kartezijevom koordinatnom sustavu? Kako biste formulom izrazili navedeno svojstvo (neparnost funkcije)?

Što je zajedničko skupu $\mathbb{R}$, intervalima $[-1, 1]$, $\langle -\pi, \pi \rangle$ te skupu $\ldots \cup [-5, -4\rangle \cup [-3, -2\rangle \cup [-1, 1] \cup \langle 2, 3] \cup \langle 4, 5] \cup \ldots$, a nije im zajedničko s intervalima $[-2, 2\rangle$ i $\langle 0, 3\rangle$? Ako u funkciju ne postoji element domene takav da njegov suprotni element nije u domeni, kažemo da je domena simetrična.

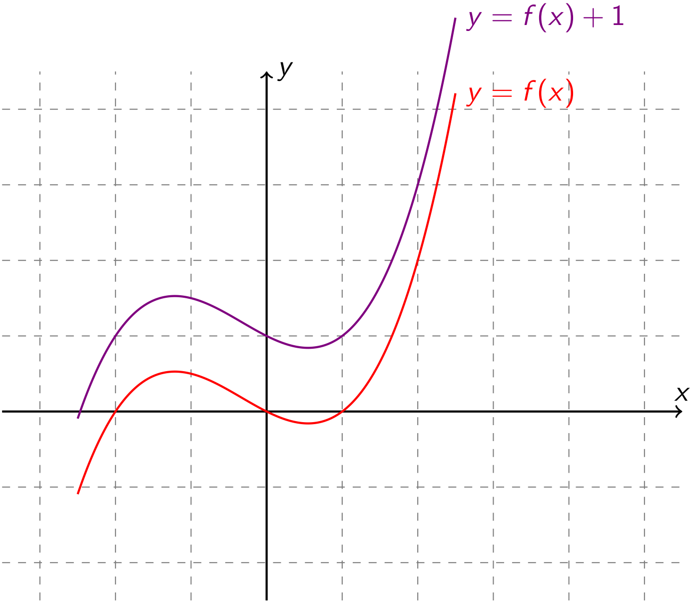
Ako funkcija ima simetričnu domenu i dodatno svojstvo da je za svaki element domene svejedno uvrstimo li njega ili njemu suprotni u funkciju, kako će izgledati graf funkcije u Kartezijevom koordinatnom sustavu? Kako biste formulom izrazili navedeno svojstvo (parnost funkcije)?

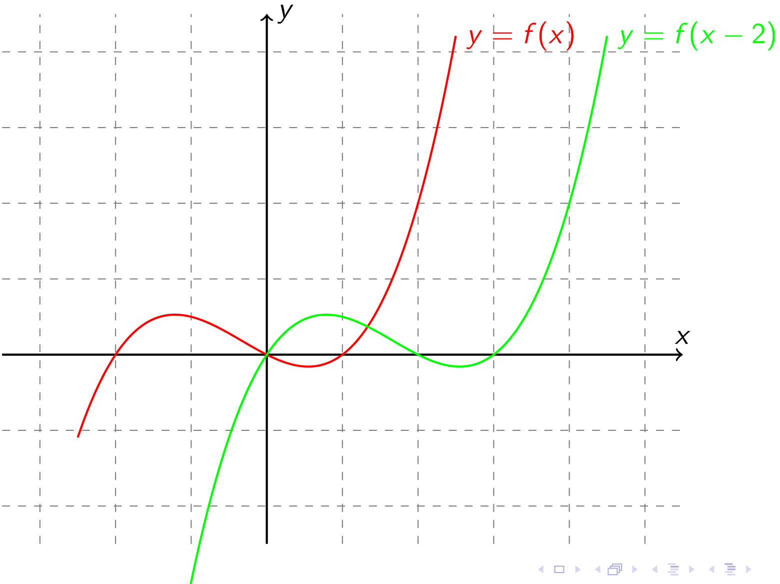
Ako funkcija ima simetričnu domenu i dodatno svojstvo da uvrštavanjem bilo kojeg elementa domene i njemu suprotnog u funkciju uvijek dobivamo par suprotnih brojeva, kako će izgledati graf funkcije u Kartezijevom koordinatnom sustavu? Kako biste formulom izrazili navedeno svojstvo (neparnost funkcije)?

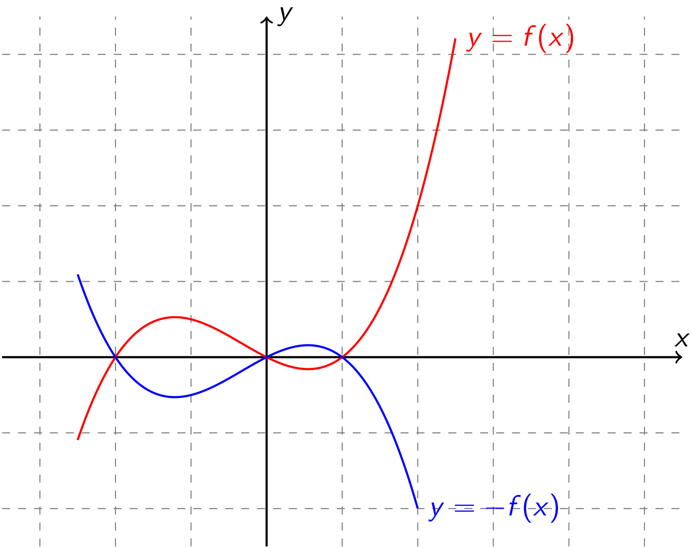
Skicirajte primjer grafa neparne funkcije s domenom $[-2, 2]$ i parne s domenom $\ldots \cup [-5, -4\rangle \cup [-3, -2\rangle \cup [-1, 1] \cup \langle 2, 3] \cup \langle 4, 5] \cup \ldots$ te intervalima $[-1, 1]$.



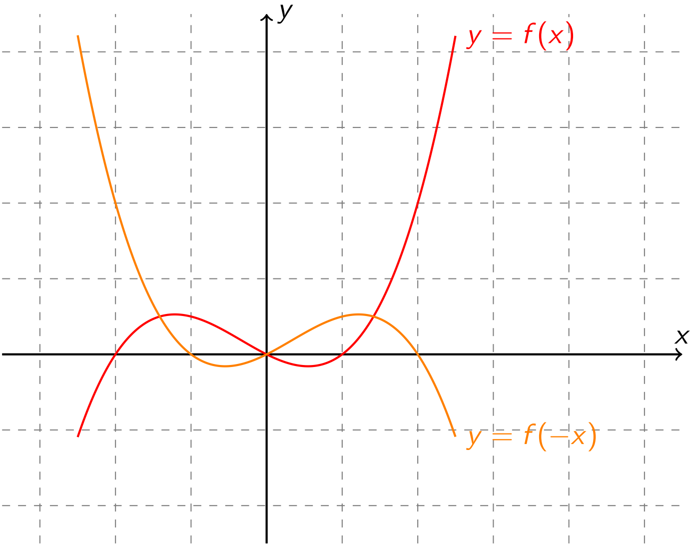
y
x
y = f(x)

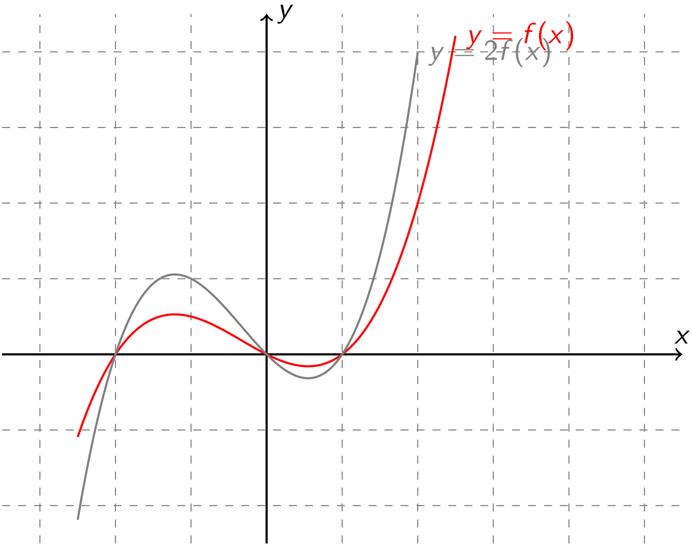

$y = f(x) + 1$
$y = f(x)$
y
x


y
x
$y = f(x)$
$y = f(x-2)$

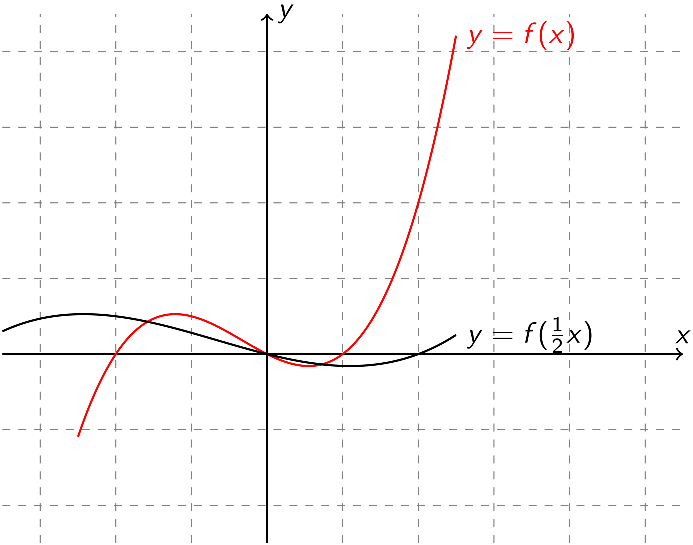


y
x
$y = f(x)$
$y = -f(x)$


y
x
$y = f(x)$
$y = f(-x)$



y
x
$y = f(x)$
$y = 2f(x)$


y
$y = f(x)$
$y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$
x