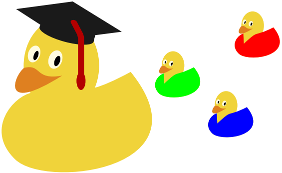
12. tjedan nastave: Osnove klasične algebre vektora

Franka Miriam Brückler



Skalari i vektori

Mnoge fizikalne veličine se (uz fiksirani odabir mjerne jedinice) mogu jednoznačno opisati brojevima: masa, gustoća, duljina, površina, volumen, energija, rad, ... Takve veličine zovu se skalarnim veličinama. Možemo reći i da su to one veličine koje se ne mijenjaju promjenom koordinatnog sustava u kojem opisujemo neki objekt.

Skalari i vektori

Mnoge fizikalne veličine se (uz fiksirani odabir mjerne jedinice) mogu jednoznačno opisati brojevima: masa, gustoća, duljina, površina, volumen, energija, rad, . . . Takve veličine zovu se skalarnim veličinama. Možemo reći i da su to one veličine koje se ne mijenjaju promjenom koordinatnog sustava u kojem opisujemo neki objekt.

Vektorske veličine su one fizikalne veličine za koje nije dovoljan jedan broj i mjerna jedinica da ih opiše, primjerice brzina, ubrzanje, sila, dipolni moment, . . . Pomoću vektora se mogu opisati i različita preslikavanja ravnine ili prostora, recimo translacije, rotacije, . . .

Skalari i vektori

Mnoge fizikalne veličine se (uz fiksirani odabir mjerne jedinice) mogu jednoznačno opisati brojevima: masa, gustoća, duljina, površina, volumen, energija, rad, ... Takve veličine zovu se skalarnim veličinama. Možemo reći i da su to one veličine koje se ne mijenjaju promjenom koordinatnog sustava u kojem opisujemo neki objekt.

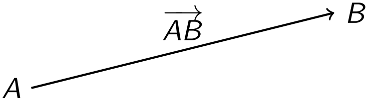
Vektorske veličine su one fizikalne veličine za koje nije dovoljan jedan broj i mjerna jedinica da ih opiše, primjerice brzina, ubrzanje, sila, dipolni moment, ... Pomoću vektora se mogu opisati i različita preslikavanja ravnine ili prostora, recimo translacije, rotacije, ...

U kontekstu klasične algebre vektora, izraz skalari koristi se kao sinonim za riječ realni brojevi, a vektori definiraju kao objekti koji imaju iznos (duljinu), smjer (pravac) i orijentaciju (smjer).

Orijentirane dužine

Definicija

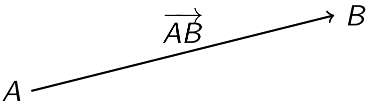
Orijentirana dužina $\overrightarrow{AB}$ je dužina kojoj je definirano koja od dvije rubne točke je početak (A), a koja kraj (B).



Orijentirane dužine

Definicija

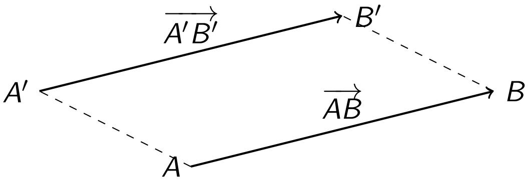
Orijentirana dužina $\overrightarrow{AB}$ je dužina kojoj je definirano koja od dvije rubne točke je početak (A), a koja kraj (B).



Pri rješavanju problema vezanih za geometrijske vektore uobičajeno je fiksirati jednu referentnu točku O koju nazivamo ishodištem.
Skup svih orijentiranih dužina kojima je početak O označavamo s $V^2(O)$ odnosno s $V^3(O)$, ovisno o tome gledamo li dužine samo u jednoj ravnini ili u čitavom prostoru.

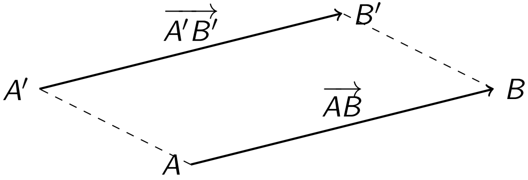
Geometrijski vektori

Kad je potrebno razmatrati orijentirane dužine s različitim počecima, uzimamo da sve orijentirane dužine koje se mogu dobiti translacijom jedne orijentirane dužine predstavljaju isti vektor $\vec{v}$ (a svaka od tih orijentiranih dužina je njegov reprezentant). Skup svih tako definiranih vektora u ravnini odnosno prostoru označavamo s V^2 odnosno V^3.



Geometrijski vektori

Kad je potrebno razmatrati orijentirane dužine s različitim počecima, uzimamo da sve orijentirane dužine koje se mogu dobiti translacijom jedne orijentirane dužine predstavljaju isti vektor $\overrightarrow{v}$ (a svaka od tih orijentiranih dužina je njegov reprezentant). Skup svih tako definiranih vektora u ravnini odnosno prostoru označavamo s V^2 odnosno V^3.



Iako bi prema gornjem formalno u V^2 i V^3 trebalo imati različite oznake za vektor i njegove reprezentante, uobičajeno je pisati $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{AB}$ ako je $\overrightarrow{AB}$ jedan odabrani reprezentant vektora $\overrightarrow{v}$.

Geometrijski vektori

Elemente skupova (prostorâ) $V^2(O)$, V^2, V^3 i $V^3(O)$ nazivamo geometrijskim vektorima. Svaki od njih određen je s tri osobine:

- Iznos (duljina) vektora $\overrightarrow{v}$ je duljina dužine koja je reprezentant vektora $\overrightarrow{v}$ i označava s $|\overrightarrow{v}|$ ili jednostavno s v.[1]

---

[1] Ukoliko naši geometrijski vektori predstavljaju veličine čija fizikalna dimenzija nije duljina (npr. sile, brzine, ...), podrazumijeva se da su duljine geometrijskih vektora kojima ih prikazujemo razmjerne njihovim iznosima.

Geometrijski vektori

Elemente skupova (prostorâ) $V^2(O)$, V^2, V^3 i $V^3(O)$ nazivamo geometrijskim vektorima. Svaki od njih određen je s tri osobine:

- Iznos (duljina) vektora $\vec{v}$ je duljina dužine koja je reprezentant vektora $\vec{v}$ i označava s $|\vec{v}|$ ili jednostavno s v.[1]
- Smjer (pravac) vektorâ uspoređuje po dva vektora: Za vektore čiji reprezentanti leže na paralelnim pravcima kažemo da imaju isti smjer, a inače različiti.

[1] Ukoliko naši geometrijski vektori predstavljaju veličine čija fizikalna dimenzija nije duljina (npr. sile, brzine, ...), podrazumijeva se da su duljine geometrijskih vektora kojima ih prikazujemo razmjerne njihovim iznosima.

Geometrijski vektori

Elemente skupova (prostorâ) $V^2(O)$, V^2, V^3 i $V^3(O)$ nazivamo geometrijskim vektorima. Svaki od njih određen je s tri osobine:

- Iznos (duljina) vektora $\overrightarrow{v}$ je duljina dužine koja je reprezentant vektora $\overrightarrow{v}$ i označava s $|\overrightarrow{v}|$ ili jednostavno s v.[1]
- Smjer (pravac) vektorâ uspoređuje po dva vektora: Za vektore čiji reprezentanti leže na paralelnim pravcima kažemo da imaju isti smjer, a inače različiti.
- Orijentacija (smjer) vektorâ uspoređuje po dva vektora *istog smjera*: Ako za njih odaberemo reprezentante $\overrightarrow{OA}$ i $\overrightarrow{OB}$ s istim početkom O, onda ako su točke A i B s iste strane točke O kažemo da imaju istu orijentaciju, a ako je O između A i B kažemo da imaju suprotnu orijentaciju.

[1] Ukoliko naši geometrijski vektori predstavljaju veličine čija fizikalna dimenzija nije duljina (npr. sile, brzine, ...), podrazumijeva se da su duljine geometrijskih vektora kojima ih prikazujemo razmjerne njihovim iznosima.

Geometrijski vektori

Elemente skupova (prostorâ) $V^2(O)$, V^2, V^3 i $V^3(O)$ nazivamo geometrijskim vektorima. Svaki od njih određen je s tri osobine:

- Iznos (duljina) vektora $\vec{v}$ je duljina dužine koja je reprezentant vektora $\vec{v}$ i označava s $|\vec{v}|$ ili jednostavno s v.[1]
- Smjer (pravac) vektorâ uspoređuje po dva vektora: Za vektore čiji reprezentanti leže na paralelnim pravcima kažemo da imaju isti smjer, a inače različiti.
- Orijentacija (smjer) vektorâ uspoređuje po dva vektora *istog smjera*: Ako za njih odaberemo reprezentante $\overrightarrow{OA}$ i $\overrightarrow{OB}$ s istim početkom O, onda ako su točke A i B s iste strane točke O kažemo da imaju istu orijentaciju, a ako je O između A i B kažemo da imaju suprotnu orijentaciju.

Kako biste definirali $V^1(O)$ i V^1?

[1] Ukoliko naši geometrijski vektori predstavljaju veličine čija fizikalna dimenzija nije duljina (npr. sile, brzine, ...), podrazumijeva se da su duljine geometrijskih vektora kojima ih prikazujemo razmjerne njihovim iznosima.

Za dani vektor $\vec{v}$ se s $-\vec{v}$ označava vektor istog iznosa i smjera, ali suprotne orijentacije (suprotni vektor).

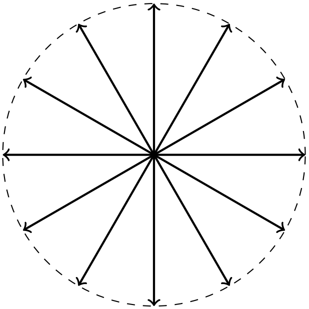
Za dani vektor $\vec{v}$ se s $-\vec{v}$ označava vektor istog iznosa i smjera, ali suprotne orijentacije (suprotni vektor).

Nulvektor je (geometrijski) vektor $\overrightarrow{0}$ čijem se reprezentantu početak i kraj podudaraju. Njegov iznos je 0, a uzima se da je istog smjera i iste orijentacije kao bilo koji drugi vektor.

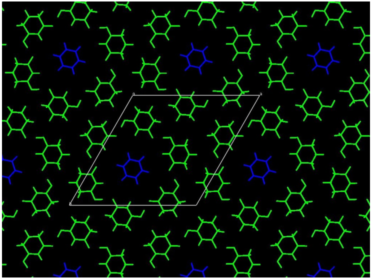
Za dani vektor $\vec{v}$ se s $-\vec{v}$ označava vektor istog iznosa i smjera, ali suprotne orijentacije (suprotni vektor).

Nulvektor je (geometrijski) vektor $\overrightarrow{0}$ čijem se reprezentantu početak i kraj podudaraju. Njegov iznos je 0, a uzima se da je istog smjera i iste orijentacije kao bilo koji drugi vektor.

Ponekad se govori o jediničnim vektorima. To ima smisla samo ako smo fiksirali mjernu jedinicu duljine. U tom slučaju sve vektore kojima je duljina 1 jedinica zovemo jediničnim vektorima.



Pomoću geometrijskih vektora se uz mnoge fizikalne probleme mogu rješavati i problemi određivanja razmaka (duljina dužina), kutova dvaju pravaca ili ravnina, površina (paralelograma, trokuta, . . .), volumena (paralelepipeda, piramide, . . .) iz poznavanja koordinata točaka koje određuju vrhove promatranog objekta. Pomoću geometrijskih vektora i njihovih koordinata se također opisuju kristalne strukture.



Ali, što su to kooordinate?

Množenje vektora skalarom

Da bismo govorili o vektorskom prostoru, nije dovoljno opisati njegove elemente: Vektorski prostori su karakterizirani dvjema algebarskim operacijama, a to su zbrajanje vektora i množenje vektora skalarima.

Definicija množenja vektora skalarom

Neka je $\vec{v}$ geometrijski vektor i x skalar. Tada je umnožak $x\,\vec{v}$ vektor definiran s:

- $|x\,\vec{v}| = |x| \cdot |\vec{v}|$;
- $x\,\vec{v}$ je istog smjera kao $\vec{v}$;
- ako je $x > 0$, onda $x\vec{v}$ ima istu orijentaciju kao $\vec{v}$, a ako je $x < 0$, onda $\alpha\vec{v}$ ima suprotnu orijentaciju od $\vec{v}$.

Množenje vektora skalarom

Da bismo govorili o vektorskom prostoru, nije dovoljno opisati njegove elemente: Vektorski prostori su karakterizirani dvjema algebarskim operacijama, a to su zbrajanje vektora i množenje vektora skalarima.

Definicija množenja vektora skalarom

Neka je $\overrightarrow{v}$ geometrijski vektor i x skalar. Tada je umnožak $x\overrightarrow{v}$ vektor definiran s:

- $|x\overrightarrow{v}| = |x| \cdot |\overrightarrow{v}|$;
- $x\overrightarrow{v}$ je istog smjera kao $\overrightarrow{v}$;
- ako je $x > 0$, onda $x\overrightarrow{v}$ ima istu orijentaciju kao $\overrightarrow{v}$, a ako je $x < 0$, onda $\alpha\overrightarrow{v}$ ima suprotnu orijentaciju od $\overrightarrow{v}$.

Nulvektor pomnožen bilo kojim skalarom i bilo koji vektor pomnožen s nulom daju nulvektor ($x \cdot \overrightarrow{0} = 0 \cdot \overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}$ za sve skalare x i vektore $\overrightarrow{v}$). Također, $-\vec{v} = -1 \cdot \vec{v}$.

Algebarska karakterizacija kolinearnosti

Dva vektora istog smjera nazivamo kolinearnim.

Teorem

Dva vektora $\overrightarrow{v} \neq \vec{0}$ *i* $\overrightarrow{w}$ *su kolinearni točno ako postoji skalar* x *takav da je* $\overrightarrow{w} = x\overrightarrow{v}$.

Prema definiciji množenjem vektora skalarom su $\overrightarrow{w} = x\overrightarrow{v}$ i $\overrightarrow{v}$ sigurno kolinerni.

Algebarska karakterizacija kolinearnosti

Dva vektora istog smjera nazivamo kolinearnim.

Teorem

Dva vektora $\overrightarrow{v} \neq \vec{0}$ i $\overrightarrow{w}$ su kolinearni točno ako postoji skalar x takav da je $\overrightarrow{w} = x\overrightarrow{v}$.

Prema definiciji množenjem vektora skalarom su $\overrightarrow{w} = x\overrightarrow{v}$ i $\overrightarrow{v}$ sigurno kolinerni. Nadalje, ako je fiksirana jedinica mjere (duljine), onda je

$$\overrightarrow{v_1} = \frac{1}{v} \cdot \vec{v}$$

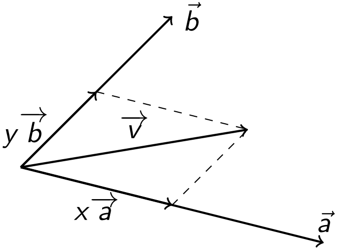
jedinični vektor istog smjera i orijentacije kao $\overrightarrow{v}$. Ako su sad $\vec{v} \neq \vec{0}$ i $\vec{w}$ kolinearni, onda je

$$\vec{w} = \pm \frac{w}{v} \cdot \vec{v}.$$

Specijalno, ako smo fiksirali neki smjer i *jedan* vektor $\vec{a} \neq \vec{0}$ tog smjera, za svaki drugi vektor $\vec{v}$ istog smjera postoji točno jedan skalar x takav da je

$$\vec{v} = x \cdot \vec{a}.$$

Dakle, svi vektori smjera kao $\vec{a}$ jednoznačno su opisani jednim skalarom, tj. jednom koordinatom.
No, što ćemo s vektorima u V^2 odnosno $V^2(O)$?

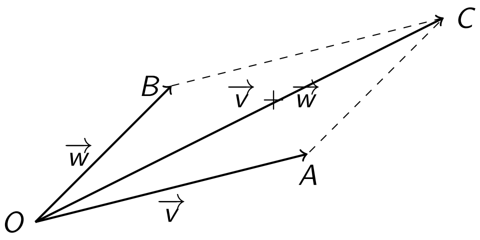


$$\vec{v} = x\vec{a} + y\vec{b}$$

Zbrajanje i oduzimanje vektora

Definicija zbrajanja vektora

Ako su $\overrightarrow{v}$ i $\overrightarrow{w}$ dva vektora i $\overrightarrow{OA}$ i $\overrightarrow{OB}$ njihovi reprezentanti sa zajedničkim početkom, onda je zbroj $\vec{v} + \vec{w}$ definiran ovako: Dopunimo AOB do paralelograma $AOBC$. Tada je $\overrightarrow{OC}$ reprezentant vektora $\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}$.



Oduzimanje vektora definira se s $\vec{v} - \vec{w} = \vec{v} + (-\vec{w})$.

Primjer

Centar mase sustava od N masa m_i s radij-vektorima $\vec{r}_i$ (u odnosu na istu točku O) ima radij-vektor

$$\vec{R} = \frac{1}{\sum_j m_j} \sum_i m_i \vec{r}_i .$$

Primjer

Ako su naboji q_i na pozicijama $\vec{r}_i$, dipolni moment u odnosu na O je

$$\vec{\mu} = \sum_i q_i \vec{r}_i .$$

Napomena

Može se pokazati da se vektori u V^2 i V^3 mogu zbrajati koristeći pravilo trokuta: zbroj vektora $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$, ... se može dobiti tako da odaberemo predstavnika od $\overrightarrow{b}$ s početkom u kraju od $\overrightarrow{a}$, predstavnika od $\overrightarrow{c}$ s početkom u kraju od $\overrightarrow{b}$, itd. Zbroj $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} + \ldots$ je onda vektor određen orijentiranom dužinom čiji početak se podudara s početkom od $\overrightarrow{a}$, a kraj s krajem zadnjeg od zbrajanih vektora.

Napomena

Može se pokazati da se vektori u V^2 *i* V^3 *mogu zbrajati koristeći pravilo trokuta: zbroj vektora* $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$, $\ldots$ *se može dobiti tako da odaberemo predstavnika od* $\overrightarrow{b}$ *s početkom u kraju od* $\overrightarrow{a}$, *predstavnika od* $\overrightarrow{c}$ *s početkom u kraju od* $\overrightarrow{b}$, *itd. Zbroj* $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} + \ldots$ *je onda vektor određen orijentiranom dužinom čiji početak se podudara s početkom od* $\overrightarrow{a}$, *a kraj s krajem zadnjeg od zbrajanih vektora.*

Svojstva zbrajanja i množenja skalarom

$$(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) + \overrightarrow{w} = \overrightarrow{u} + (\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}), \quad \overrightarrow{v} + \overrightarrow{0} = \overrightarrow{0} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{v},$$

$$\overrightarrow{v} + (-\overrightarrow{v}) = -\overrightarrow{v} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}, \quad \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w} = \overrightarrow{w} + \overrightarrow{v},$$

$$1 \cdot \overrightarrow{v} = \overrightarrow{v}, \quad (x\,y)\,\overrightarrow{v} = x\,(y\,\overrightarrow{v}),$$

$$x\,(\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}) = x\,\overrightarrow{v} + x\,\overrightarrow{w}, \quad (x + y)\,\overrightarrow{v} = x\,\overrightarrow{v} + y\,\overrightarrow{v}$$

Baza i koordinate

Baza i koordinate u V^2 odnosno $V^2(O)$

Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ dva fiksirana *nekolinearna* vektora u ravnini (baza), svi ostali vektori $\vec{v}$ ravnine mogu se jednoznačno zapisati kao $\vec{v} = x\vec{a} + y\vec{b}$ (usp. slide 10), tj. jednoznačno opisati kao uređeni par dva skalara (njihove koordinate s obzirom na danu bazu): Ako je $\vec{v} = x\vec{a} + y\vec{b}$ i ako je jasno o kojoj je bazi riječ, pišemo $\vec{v} = [x, y]$.

Baza i koordinate

Baza i koordinate u V^2 odnosno $V^2(O)$

Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ dva fiksirana *nekolinearna* vektora u ravnini (baza), svi ostali vektori $\vec{v}$ ravnine mogu se jednoznačno zapisati kao $\vec{v} = x\vec{a} + y\vec{b}$ (usp. slide 10), tj. jednoznačno opisati kao uređeni par dva skalara (njihove koordinate s obzirom na danu bazu): Ako je $\vec{v} = x\vec{a} + y\vec{b}$ i ako je jasno o kojoj je bazi riječ, pišemo $\vec{v} = [x, y]$.

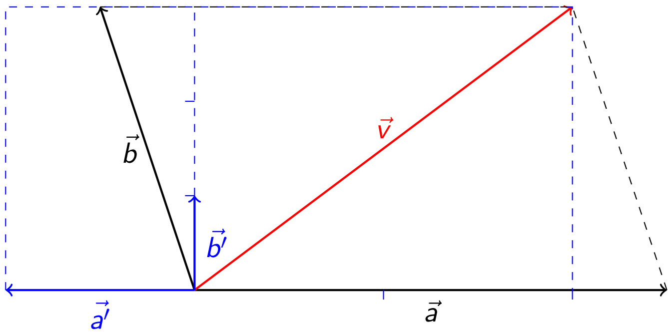
Zašto u definiciji baze za V^2 odnosno $V^2(O)$ tražimo nekolinearnost vektora baze?

Baza i koordinate u V^2 odnosno $V^2(O)$

Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ dva fiksirana *nekolinearna* vektora u ravnini (baza), svi ostali vektori $\vec{v}$ ravnine mogu se jednoznačno zapisati kao $\vec{v} = x\vec{a} + y\vec{b}$ (usp. slide 10), tj. jednoznačno opisati kao uređeni par dva skalara (njihove koordinate s obzirom na danu bazu): Ako je $\vec{v} = x\vec{a} + y\vec{b}$ i ako je jasno o kojoj je bazi riječ, pišemo $\vec{v} = [x, y]$.

Zašto u definiciji baze za V^2 odnosno $V^2(O)$ tražimo nekolinearnost vektora baze?
Primijetimo: Budući da je $\vec{a} = 1\vec{a} + 0\vec{b}$, vektor $\vec{a}$ s obzirom na bazu $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ uvijek ima koordinate $[1, 0]$. Analogno, vektor $\vec{b}$ s obzirom na bazu $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ uvijek ima koordinate $[0, 1]$.

Ovisnost koordinata o vektori *i* bazi



Vektor $\vec{v}$ u bazi $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ ima koordinate $[1, 1]$, ali u bazi $\{\vec{a'}, \vec{b'}\}$ ima koordinate $[-2, 3]$.

Slično se dobije u trodimenzionalnom slučaju, pri čemu nam treba pojam (ne)komplanarnosti:
Tri vektora u V^3 odnosno $V^3(O)$ nazivamo komplanarnim ako su paralelni istoj ravnini, odnosno ako bi uz odabir reprezentanata sa zajedničkim početkom sva tri reprezentanta bila u istoj ravnini.

Zadatak

Mogu li zbroj ili razlika dva (ili više) vektora biti s njima nekomplanarni?

Slično se dobije u trodimenzionalnom slučaju, pri čemu nam treba pojam (ne)komplanarnosti:
Tri vektora u V^3 odnosno $V^3(O)$ nazivamo komplanarnim ako su paralelni istoj ravnini, odnosno ako bi uz odabir reprezentanata sa zajedničkim početkom sva tri reprezentanta bila u istoj ravnini.

Zadatak

Mogu li zbroj ili razlika dva (ili više) vektora biti s njima nekomplanarni?

Baza i koordinate u V^3 odnosno $V^3(O)$

Ako su $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ tri fiksirana *nekomplanarna* vektora u prostoru (baza), svi ostali vektori ravnine mogu se jednoznačno opisati s tri skalara (njihove koordinate s obzirom na bazu): $\vec{v} = [x, y, z]$ znači da je $\vec{v} = x\,\vec{a} + y\,\vec{b} + z\,\vec{c}$.

Zadatak

Ako su dva vektora zadana koordinatama obzirom na istu bazu, kako ćemo po koordinatama prepoznati da su kolinearni?

Zadatak

Ako su dva vektora zadana koordinatama obzirom na istu bazu, kako ćemo po koordinatama prepoznati da su kolinearni?

Zadatak

Ako neki vektor u bazi $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ *ima koordinate* $[1, 2, 3]$*, koje koordinate on ima u bazi* $\{\vec{b}, -\vec{a}, 2\vec{c}\}$*?*

Zadatak

Ako su dva vektora zadana koordinatama obzirom na istu bazu, kako ćemo po koordinatama prepoznati da su kolinearni?

Zadatak

Ako neki vektor u bazi $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ *ima koordinate* $[1, 2, 3]$*, koje koordinate on ima u bazi* $\{\vec{b}, -\vec{a}, 2\vec{c}\}$*?*

Zadatak

Moraju li vektori baze biti međusobno okomiti? A jedinični?

Zadatak

Ako su dva vektora zadana koordinatama obzirom na istu bazu, kako ćemo po koordinatama prepoznati da su kolinearni?

Zadatak

Ako neki vektor u bazi $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ *ima koordinate* $[1, 2, 3]$, *koje koordinate on ima u bazi* $\{\vec{b}, -\vec{a}, 2\vec{c}\}$*?*

Zadatak

Moraju li vektori baze biti međusobno okomiti? A jedinični?

Ako su vektori baze međusobno okomiti, govorimo o ortogonalnoj bazi. Ako su još i iste, jedinične duljine, govorimo o ortonormiranoj bazi. Vektore ortonormiranih baza obično označavamo s $\vec{i}$, $\vec{j}$ i $\vec{k}$.

Zadatak

Izvedite formule za koordinatno zbrajanje vektora i množenje vektora skalarom!

Zadatak

Izvedite formule za koordinatno zbrajanje vektora i množenje vektora skalarom!

$$[x, y, z] + [x', y', z'] = [x + x', y + y', z + z'],$$
$$\alpha[x, y, z] = [\alpha x, \alpha y, \alpha z].$$

Primjer

Za $\overrightarrow{v} = [1, 2, 0]$ *i* $\overrightarrow{w} = [-5, 1, 1]$ *je* $\overrightarrow{v} - 2\overrightarrow{w} = [11, 0, -2]$.

Koordinate točaka

Koordinatni sustav

Koordinatni sustav u ravnini/prostoru se sastoji od jedne fiksirane točke O (ishodišta) i jedne odabrane baze od V^2 odnosno V^3.

Za točku T kažemo da ima koordinate (x, y) odnosno (x, y, z) ako su u bazi koja određuje koordinatni sustav $[x, y]$ odnosno $[x, y, z]$ koordinate njezinog radij-vektora $\overrightarrow{OT}$.

Zadatak

Odredite koordinate vektora koji počinje u točki $(4, -2, 1)$, *a završava u točki* $(1, 0, -3)$. *Odredite i njegov suprotni vektor.*

Koordinate točaka

Koordinatni sustav

Koordinatni sustav u ravnini/prostoru se sastoji od jedne fiksirane točke O (ishodišta) i jedne odabrane baze od V^2 odnosno V^3.

Za točku T kažemo da ima koordinate (x, y) odnosno (x, y, z) ako su u bazi koja određuje koordinatni sustav $[x, y]$ odnosno $[x, y, z]$ koordinate njezinog radij-vektora $\overrightarrow{OT}$.

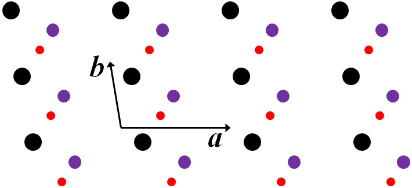
Zadatak

Odredite koordinate vektora koji počinje u točki $(4, -2, 1)$*, a završava u točki* $(1, 0, -3)$*. Odredite i njegov suprotni vektor.*

Definicija rešetke

Za fiksiranu bazu, pripadna (primitivna) rešetka je skup svih točaka s cjelobrojnim koordinatama.

Kristalografska baza



Periodičnost unutrašnje građe kristala znači da se među njenim simetrijama nalaze i translacije u tri nekomplanarna smjera. Odaberemo li tri vektora tih smjerova $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, oni čine bazu prostora. Tako odabranu bazu nazivamo kristalografskom bazom, a uz odabir ishodišta pripadnu rešetku zovemo (primitivnom) kristalnom rešetkom. Kristalografska se baza obično opisuje kristalografskim parametrima, tj. duljinama vektora baze (a, b, c) i kutovima među njima $(\alpha = \angle(\vec{b}, \vec{c})$, $\beta = \angle(\vec{a}, \vec{c})$, $\gamma = \angle(\vec{a}, \vec{b}))$.