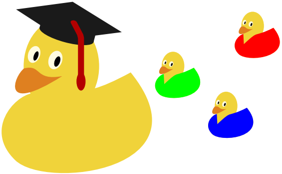
2. tjedan nastave: Algebarske funkcije

Franka Miriam Brückler



Primjer

Ovisnost koncentracije reaktanta o vremenu u reakciji nultog reda opisana je jednadžbom

$$c = c_0 - kt,$$

gdje je c_0 *početna koncentracija tog reaktanta, a* k *pozitivna konstanta. Skicirajte graf te ovisnosti!*

Primjer

Ovisnost koncentracije reaktanta o vremenu u reakciji nultog reda opisana je jednadžbom

$$c = c_0 - kt,$$

gdje je c_0 početna koncentracija tog reaktanta, a k pozitivna konstanta. Skicirajte graf te ovisnosti!

Zadatak

Što je zajedničko, a što razlikuje, sljedeće ovisnosti: brzina objekta koji jednoliko usporava o vremenu, tlak idealnog plina o recipročnom volumenu, cijene vožnje taksijem o prijeđenoj udaljenosti, temperatura pića o njegovoj cijeni?

Afine funkcije

Afina funkcija varijabli pridružuje njezin umnožak s konstantom, uvećan za neku drugu konstantu:

$$x \mapsto ax + b.$$

Ako je ta druga konstanta $b = 0$, govorimo o linearnoj funkciji, a ako je prva konstanta $a = 0$ govorimo o konstantnoj funkciji. Koja je prirodna domena afine funkcije?

Afine funkcije

Afina funkcija varijabli pridružuje njezin umnožak s konstantom, uvećan za neku drugu konstantu:

$$x \mapsto ax + b.$$

Ako je ta druga konstanta $b = 0$, govorimo o linearnoj funkciji, a ako je prva konstanta $a = 0$ govorimo o konstantnoj funkciji.
Koja je prirodna domena afine funkcije?
Kako izgleda graf afine funkcije?

Afine funkcije

Afina funkcija varijabli pridružuje njezin umnožak s konstantom, uvećan za neku drugu konstantu:

$$x \mapsto ax + b.$$

Ako je ta druga konstanta $b = 0$, govorimo o linearnoj funkciji, a ako je prva konstanta $a = 0$ govorimo o konstantnoj funkciji.
Koja je prirodna domena afine funkcije?
Kako izgleda graf afine funkcije?
Može li afina funkcija biti parna? Neparna?

Afine funkcije

Afina funkcija varijabli pridružuje njezin umnožak s konstantom, uvećan za neku drugu konstantu:

$$x \mapsto ax + b.$$

Ako je ta druga konstanta $b = 0$, govorimo o linearnoj funkciji, a ako je prva konstanta $a = 0$ govorimo o konstantnoj funkciji.
Koja je prirodna domena afine funkcije?
Kako izgleda graf afine funkcije?
Može li afina funkcija biti parna? Neparna?
Je li proporcionalna ovisnost primjer afine funkcije?

Kvadratne funkcije

Koliko iznosi brzina auta u trenutku t ako je početna brzina u i ako se giba pravocrtno s konstantnim ubrzanjem a?

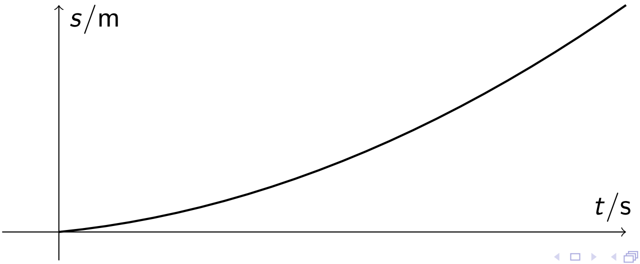
Kvadratne funkcije

Koliko iznosi brzina auta u trenutku t ako je početna brzina u i ako se giba pravocrtno s konstantnim ubrzanjem a?

$$v = u + at$$

Prema Galileu je udaljenost koju prijeđe taj auto u vremenu t jednaka

$$s = ut + \frac{a}{2}t^2$$



Put zaustavljanja od brzine u do brzine 0:

Put zaustavljanja od brzine u do brzine 0:

$$v = u - aT = 0 \Rightarrow T = \frac{u}{a} \Rightarrow s(T) = \frac{u^2}{2a}$$

Ako se trenutna brzina automobila udvostruči, kako će se promijeniti put kočenja?

Put zaustavljanja od brzine u do brzine 0:

$$v = u - aT = 0 \Rightarrow T = \frac{u}{a} \Rightarrow s(T) = \frac{u^2}{2a}$$

Ako se trenutna brzina automobila udvostruči, kako će se promijeniti put kočenja?
Opći oblik pravila kvadratne funkcije je

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Koja je prirodna domena kvadratne funkcije?

Put zaustavljanja od brzine u do brzine 0:

$$v = u - aT = 0 \Rightarrow T = \frac{u}{a} \Rightarrow s(T) = \frac{u^2}{2a}$$

Ako se trenutna brzina automobila udvostruči, kako će se promijeniti put kočenja?
Opći oblik pravila kvadratne funkcije je

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Koja je prirodna domena kvadratne funkcije?
Kako izgleda graf kvadratne funkcije?

Put zaustavljanja od brzine u do brzine 0:

$$v = u - aT = 0 \Rightarrow T = \frac{u}{a} \Rightarrow s(T) = \frac{u^2}{2a}$$

Ako se trenutna brzina automobila udvostruči, kako će se promijeniti put kočenja?
Opći oblik pravila kvadratne funkcije je

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Koja je prirodna domena kvadratne funkcije?
Kako izgleda graf kvadratne funkcije?
Može li kvadratna funkcija biti parna? Neparna?

Put zaustavljanja od brzine u do brzine 0:

$$v = u - aT = 0 \Rightarrow T = \frac{u}{a} \Rightarrow s(T) = \frac{u^2}{2a}$$

Ako se trenutna brzina automobila udvostruči, kako će se promijeniti put kočenja?
Opći oblik pravila kvadratne funkcije je

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Koja je prirodna domena kvadratne funkcije?
Kako izgleda graf kvadratne funkcije?
Može li kvadratna funkcija biti parna? Neparna?
Gdje graf siječe os apscisa? Os ordinata?

Put zaustavljanja od brzine u do brzine 0:

$$v = u - aT = 0 \Rightarrow T = \frac{u}{a} \Rightarrow s(T) = \frac{u^2}{2a}$$

Ako se trenutna brzina automobila udvostruči, kako će se promijeniti put kočenja?
Opći oblik pravila kvadratne funkcije je

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Koja je prirodna domena kvadratne funkcije?
Kako izgleda graf kvadratne funkcije?
Može li kvadratna funkcija biti parna? Neparna?
Gdje graf siječe os apscisa? Os ordinata?

$\boxed{\text{Online-graf}}$

Kakav efekt na izgled grafa kvadratne funkcije ima smanjenje slobodnog člana za 5?

$\boxed{\text{Online-graf}}$

Kakav efekt na izgled grafa kvadratne funkcije ima smanjenje slobodnog člana za 5?
Udvostručenje svih koeficijenata?

$\boxed{\text{Online-graf}}$

Kakav efekt na izgled grafa kvadratne funkcije ima smanjenje slobodnog člana za 5?
Udvostručenje svih koeficijenata?
Udvostručenje vodećeg koeficijenta?

$\boxed{\text{Online-graf}}$

Kakav efekt na izgled grafa kvadratne funkcije ima smanjenje slobodnog člana za 5?
Udvostručenje svih koeficijenata?
Udvostručenje vodećeg koeficijenta?
Promjena predznaka vodećeg koeficijenta?

$\boxed{\text{Online-graf}}$

Kakav efekt na izgled grafa kvadratne funkcije ima smanjenje slobodnog člana za 5?
Udvostručenje svih koeficijenata?
Udvostručenje vodećeg koeficijenta?
Promjena predznaka vodećeg koeficijenta?
Promjena predznaka koeficijenta uz linearni član?

Polinomi

Što je zajedničko afinim i kvadratnim funkcijama, te funkcijama tipa $f(x) = x^n$ s $n \in \mathbb{N}$?

Polinomi

Što je zajedničko afinim i kvadratnim funkcijama, te funkcijama tipa $f(x) = x^n$ s $n \in \mathbb{N}$? Kako biste definirali polinome?

Polinomi

Što je zajedničko afinim i kvadratnim funkcijama, te funkcijama tipa $f(x) = x^n$ s $n \in \mathbb{N}$? Kako biste definirali polinome? Što im je prirodna domena?

Polinomi

Što je zajedničko afinim i kvadratnim funkcijama, te funkcijama tipa $f(x) = x^n$ s $n \in \mathbb{N}$? Kako biste definirali polinome? Što im je prirodna domena?

Monomi su funkcije koje opisuju proporcionalnost s nekom prirodnom potencijom varijable, a **polinomi** su konačni zbrojevi monoma.

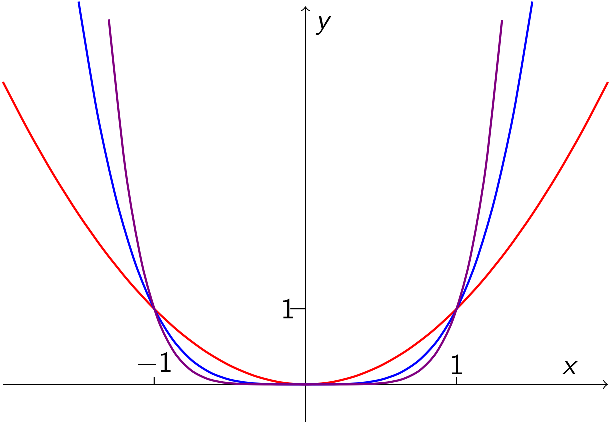
Najveći eksponent varijable polinoma je njegov **stupanj**.

Koeficijent uz nultu potenciju varijable zove se **slobodni član**, a koeficijent uz najveću potenciju zove se **vodeći koeficijent**.

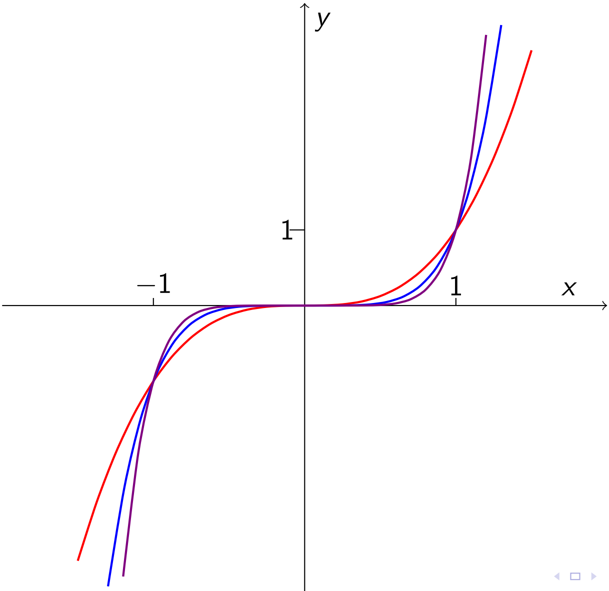
Primjer

$f(x) = 7 - 2x^3 + 5x$

Parne potencije



Neparne potencije



O grafovima polinoma

Zadatak

Nacrtajte graf funkcije zadane formulom $f(x) = 1 - 2 \cdot (3 - 4x)^5$.

O grafovima polinoma

Zadatak

Nacrtajte graf funkcije zadane formulom $f(x) = 1 - 2 \cdot (3 - 4x)^5$.

- Svaki polinom ima najviše onoliko nultočaka koliki mu je stupanj.

O grafovima polinoma

Zadatak

Nacrtajte graf funkcije zadane formulom $f(x) = 1 - 2 \cdot (3 - 4x)^5$.

- Svaki polinom ima najviše onoliko nultočaka koliki mu je stupanj.
- Polinom neparnog stupnja ima bar jednu realnu nultočku.

O grafovima polinoma

Zadatak

Nacrtajte graf funkcije zadane formulom $f(x) = 1 - 2 \cdot (3 - 4x)^5$.

- Svaki polinom ima najviše onoliko nultočaka koliki mu je stupanj.
- Polinom neparnog stupnja ima bar jednu realnu nultočku.
- Ako je c nultočka polinoma p, onda je $p(x)$ djeljiv s $(x - c)$.

O grafovima polinoma

Zadatak

Nacrtajte graf funkcije zadane formulom $f(x) = 1 - 2 \cdot (3 - 4x)^5$.

- Svaki polinom ima najviše onoliko nultočaka koliki mu je stupanj.
- Polinom neparnog stupnja ima bar jednu realnu nultočku.
- Ako je c nultočka polinoma p, onda je $p(x)$ djeljiv s $(x - c)$. Ako je $p(x)$ djeljiv s $(x - c)^k$, ali ne i s $(x - c)^{k+1}$, kažemo da je c nultočka kratnosti k.

O grafovima polinoma

Zadatak

Nacrtajte graf funkcije zadane formulom $f(x) = 1 - 2 \cdot (3 - 4x)^5$.

- Svaki polinom ima najviše onoliko nultočaka koliki mu je stupanj.
- Polinom neparnog stupnja ima bar jednu realnu nultočku.
- Ako je c nultočka polinoma p, onda je $p(x)$ djeljiv s $(x - c)$. Ako je $p(x)$ djeljiv s $(x - c)^k$, ali ne i s $(x - c)^{k+1}$, kažemo da je c nultočka kratnosti k.
- Vodeći član odlučuje kako se polinom ponaša za jako velike i jako male (negativne) x.

O grafovima polinoma

Zadatak

Nacrtajte graf funkcije zadane formulom $f(x) = 1 - 2 \cdot (3 - 4x)^5$.

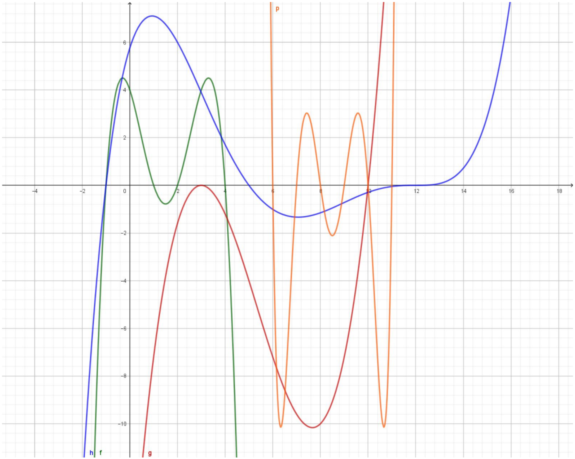
- Svaki polinom ima najviše onoliko nultočaka koliki mu je stupanj.
- Polinom neparnog stupnja ima bar jednu realnu nultočku.
- Ako je c nultočka polinoma p, onda je $p(x)$ djeljiv s $(x - c)$. Ako je $p(x)$ djeljiv s $(x - c)^k$, ali ne i s $(x - c)^{k+1}$, kažemo da je c nultočka kratnosti k.
- Vodeći član odlučuje kako se polinom ponaša za jako velike i jako male (negativne) x.

Zadatak

Nacrtajte graf funkcije zadane formulom $f(x) = x^3(9 - x^2)$.

Zadatak

Što možete reći o stupnjevima i vodećim koeficijentima polinoma čiji grafovi su prikazani na slici dolje? Pokušajte predložiti odgovarajuće formule.



Zadana je kubna jednadžba

$$x^3 + 3x^2 = 12x + 18.$$

Zadana je kubna jednadžba

$$x^3 + 3x^2 = 12x + 18.$$

Supstituirajmo $x = t - 1$:

$$t^3 = 15t + 4.$$

Sad supstituirajmo $t = u + v$.

Zadana je kubna jednadžba

$$x^3 + 3x^2 = 12x + 18.$$

Supstituirajmo $x = t - 1$:

$$t^3 = 15t + 4.$$

Sad supstituirajmo $t = u + v$. Dobije se

$$3u^3+v^3+3u^2v+3uv^2 = 15(u+v)+4 \Leftrightarrow (u^3+v^3)+(3uv-15)(u+v) = 4.$$

Zadana je kubna jednadžba

$$x^3 + 3x^2 = 12x + 18.$$

Supstituirajmo $x = t - 1$:

$$t^3 = 15t + 4.$$

Sad supstituirajmo $t = u + v$. Dobije se

$$3u^3+v^3+3u^2v+3uv^2 = 15(u+v)+4 \Leftrightarrow (u^3+v^3)+(3uv-15)(u+v) = 4.$$

Pretpostavimo sada da je $3uv = 15$. Ostaje $u^3 + v^3 = 4$, tj. rješavamo sustav

$$u^3v^3 = 125, \;\; u^3 + v^3 = 4.$$

Zadana je kubna jednadžba

$$x^3 + 3x^2 = 12x + 18.$$

Supstituirajmo $x = t - 1$:

$$t^3 = 15t + 4.$$

Sad supstituirajmo $t = u + v$. Dobije se

$3u^3+v^3+3u^2v+3uv^2 = 15(u+v)+4 \Leftrightarrow (u^3+v^3)+(3uv-15)(u+v) = 4.$

Pretpostavimo sada da je $3uv = 15$. Ostaje $u^3 + v^3 = 4$, tj. rješavamo sustav

$$u^3v^3 = 125, \;\; u^3 + v^3 = 4.$$

$$u^3, v^3 = 2 \pm \sqrt{-121} \Rightarrow t = \sqrt[3]{2+\sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{-121}} \Rightarrow$$

$$x = \sqrt[3]{2+\sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{-121}} - 1 = 3?!$$

Jednadžba stanja idealnog plina

$$pV = nRT$$

Pretpostavimo da su n i T konstantne, recimo tako da nRT iznosi 100.

Jednadžba stanja idealnog plina

$$pV = nRT$$

Pretpostavimo da su n i T konstantne, recimo tako da nRT iznosi 100. Da, u pravu ste: $nRT = 100$ J. Jesu li tlak i volumen proporcionalni?

Jednadžba stanja idealnog plina

$$pV = nRT$$

Pretpostavimo da su n i T konstantne, recimo tako da nRT iznosi 100. Da, u pravu ste: $nRT = 100$ J. Jesu li tlak i volumen proporcionalni? Definirajte obrnutu proporcionalnost!

Jednadžba stanja idealnog plina

$$pV = nRT$$

Pretpostavimo da su n i T konstantne, recimo tako da nRT iznosi 100. Da, u pravu ste: $nRT = 100$ J. Jesu li tlak i volumen proporcionalni? Definirajte obrnutu proporcionalnost! Je li ovisnost tlaka o volumenu afina?

Jednadžba stanja idealnog plina

$$pV = nRT$$

Pretpostavimo da su n i T konstantne, recimo tako da nRT iznosi 100. Da, u pravu ste: $nRT = 100$ J. Jesu li tlak i volumen proporcionalni? Definirajte obrnutu proporcionalnost! Je li ovisnost tlaka o volumenu afina? Može li se *interpretirati* kao linearna?

Jednadžba stanja idealnog plina

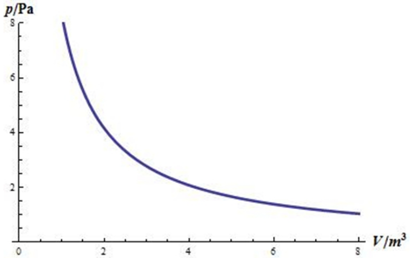
$$pV = nRT$$

Pretpostavimo da su n i T konstantne, recimo tako da nRT iznosi 100. Da, u pravu ste: $nRT = 100$ J. Jesu li tlak i volumen proporcionalni? Definirajte obrnutu proporcionalnost! Je li ovisnost tlaka o volumenu afina? Može li se *interpretirati* kao linearna? Ako ju ostavimo u izvornom obliku, kako će izgledati graf ovisnosti p o V?

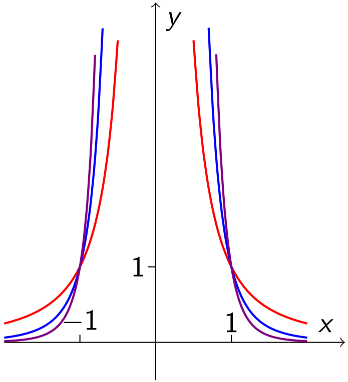
Jednadžba stanja idealnog plina

$$pV = nRT$$

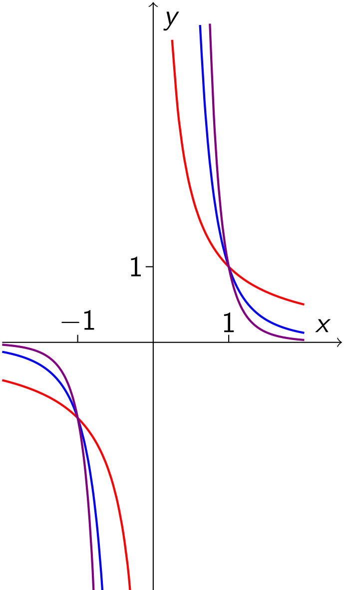
Pretpostavimo da su n i T konstantne, recimo tako da nRT iznosi 100. Da, u pravu ste: $nRT = 100$ J. Jesu li tlak i volumen proporcionalni? Definirajte obrnutu proporcionalnost! Je li ovisnost tlaka o volumenu afina? Može li se *interpretirati* kao linearna? Ako ju ostavimo u izvornom obliku, kako će izgledati graf ovisnosti p o V?



Parne negativne potencije



Neparne negativne potencije



Horizontalna asimptota krivulje: horizontalni pravac $y = L$ u pravokutnom koordinatnom sustavu koji ima svojstvo da je krivulja sve bliža tom pravcu što su joj točke više lijevo ili desno, tj. krivulja se približava horizontalnoj asimptoti s porastom i/ili padom vrijednosti apscise (ako je x jako velik ili jako mali,[1] $f(x) \approx L$).

Vertikalna asimptota krivulje: vertikalni pravac $x = c$ u pravokutnom koordinatnom sustavu koji ima svojstvo da je ta krivulja sve bliža tom pravcu što su joj točke više gore ili dolje, tj. krivulja se sve više približava vertikalnoj asimptoti što je apscisa točke krivulje bliža c (ako je $x \approx c$, $f(x)$ je jako velik ili jako mali).

Vertikalnih asimptota graf funkcije može imati proizvoljno mnogo — koliko ih je, ovisi i o pravilu i o domeni.

Koliko najviše horizontalnih asimptota može imati graf funkcije?

[1] Jako mali broj ne znači da se radi o broju blizu nule, nego o „jako negativnom" broju.

Horizontalna asimptota krivulje: horizontalni pravac $y = L$ u pravokutnom koordinatnom sustavu koji ima svojstvo da je krivulja sve bliža tom pravcu što su joj točke više lijevo ili desno, tj. krivulja se približava horizontalnoj asimptoti s porastom i/ili padom vrijednosti apscise (ako je x jako velik ili jako mali,[1] $f(x) \approx L$).

Vertikalna asimptota krivulje: vertikalni pravac $x = c$ u pravokutnom koordinatnom sustavu koji ima svojstvo da je ta krivulja sve bliža tom pravcu što su joj točke više gore ili dolje, tj. krivulja se sve više približava vertikalnoj asimptoti što je apscisa točke krivulje bliža c (ako je $x \approx c$, $f(x)$ je jako velik ili jako mali).

Vertikalnih asimptota graf funkcije može imati proizvoljno mnogo — koliko ih je, ovisi i o pravilu i o domeni.

Koliko najviše horizontalnih asimptota može imati graf funkcije? A vertikalnih?

[1] Jako mali broj ne znači da se radi o broju blizu nule, nego o „jako negativnom" broju.

Horizontalna asimptota krivulje: horizontalni pravac $y = L$ u pravokutnom koordinatnom sustavu koji ima svojstvo da je krivulja sve bliža tom pravcu što su joj točke više lijevo ili desno, tj. krivulja se približava horizontalnoj asimptoti s porastom i/ili padom vrijednosti apscise (ako je x jako velik ili jako mali,[1] $f(x) \approx L$).

Vertikalna asimptota krivulje: vertikalni pravac $x = c$ u pravokutnom koordinatnom sustavu koji ima svojstvo da je ta krivulja sve bliža tom pravcu što su joj točke više gore ili dolje, tj. krivulja se sve više približava vertikalnoj asimptoti što je apscisa točke krivulje bliža c (ako je $x \approx c$, $f(x)$ je jako velik ili jako mali).

Vertikalnih asimptota graf funkcije može imati proizvoljno mnogo — koliko ih je, ovisi i o pravilu i o domeni.

Koliko najviše horizontalnih asimptota može imati graf funkcije? A vertikalnih? Može li funkcija s prirodnom domenom $[-2, 3]$ imati horizontalnu asimptotu?

---

[1] Jako mali broj ne znači da se radi o broju blizu nule, nego o „jako negativnom" broju.

Horizontalna asimptota krivulje: horizontalni pravac $y = L$ u pravokutnom koordinatnom sustavu koji ima svojstvo da je krivulja sve bliža tom pravcu što su joj točke više lijevo ili desno, tj. krivulja se približava horizontalnoj asimptoti s porastom i/ili padom vrijednosti apscise (ako je x jako velik ili jako mali,[1] $f(x) \approx L$).

Vertikalna asimptota krivulje: vertikalni pravac $x = c$ u pravokutnom koordinatnom sustavu koji ima svojstvo da je ta krivulja sve bliža tom pravcu što su joj točke više gore ili dolje, tj. krivulja se sve više približava vertikalnoj asimptoti što je apscisa točke krivulje bliža c (ako je $x \approx c$, $f(x)$ je jako velik ili jako mali).

Vertikalnih asimptota graf funkcije može imati proizvoljno mnogo — koliko ih je, ovisi i o pravilu i o domeni.

Koliko najviše horizontalnih asimptota može imati graf funkcije? A vertikalnih? Može li funkcija s prirodnom domenom $[-2, 3]$ imati horizontalnu asimptotu? Vertikalnu?

[1] Jako mali broj ne znači da se radi o broju blizu nule, nego o „jako negativnom" broju.

Horizontalna asimptota krivulje: horizontalni pravac $y = L$ u pravokutnom koordinatnom sustavu koji ima svojstvo da je krivulja sve bliža tom pravcu što su joj točke više lijevo ili desno, tj. krivulja se približava horizontalnoj asimptoti s porastom i/ili padom vrijednosti apscise (ako je x jako velik ili jako mali,[1] $f(x) \approx L$).

Vertikalna asimptota krivulje: vertikalni pravac $x = c$ u pravokutnom koordinatnom sustavu koji ima svojstvo da je ta krivulja sve bliža tom pravcu što su joj točke više gore ili dolje, tj. krivulja se sve više približava vertikalnoj asimptoti što je apscisa točke krivulje bliža c (ako je $x \approx c$, $f(x)$ je jako velik ili jako mali).

Vertikalnih asimptota graf funkcije može imati proizvoljno mnogo — koliko ih je, ovisi i o pravilu i o domeni.

Koliko najviše horizontalnih asimptota može imati graf funkcije? A vertikalnih? Može li funkcija s prirodnom domenom $[-2, 3]$ imati horizontalnu asimptotu? Vertikalnu? A ako je domena $[-2, 3\rangle$?

[1] Jako mali broj ne znači da se radi o broju blizu nule, nego o „jako negativnom" broju.

Skicirajte primjer krivulje koja je graf neke funkcije i ima tri vertikalne asimptote.

Skicirajte primjer krivulje koja je graf neke funkcije i ima tri vertikalne asimptote. Što joj je domena?

Skicirajte primjer krivulje koja je graf neke funkcije i ima tri vertikalne asimptote. Što joj je domena? Može li funkcija s vertikalnom asimptotom imati cijeli skup $\mathbb{R}$ kao domenu?

Skicirajte primjer krivulje koja je graf neke funkcije i ima tri vertikalne asimptote. Što joj je domena? Može li funkcija s vertikalnom asimptotom imati cijeli skup $\mathbb{R}$ kao domenu? **Racionalne funkcije** su kvocijenti dvaju polinoma. Što im je prirodna domena?

Skicirajte primjer krivulje koja je graf neke funkcije i ima tri vertikalne asimptote. Što joj je domena? Može li funkcija s vertikalnom asimptotom imati cijeli skup $\mathbb{R}$ kao domenu? **Racionalne funkcije** su kvocijenti dvaju polinoma. Što im je prirodna domena? Može li prirodna domena racionalne funkcije biti cijeli skup $\mathbb{R}$?

Skicirajte primjer krivulje koja je graf neke funkcije i ima tri vertikalne asimptote. Što joj je domena? Može li funkcija s vertikalnom asimptotom imati cijeli skup $\mathbb{R}$ kao domenu? **Racionalne funkcije** su kvocijenti dvaju polinoma. Što im je prirodna domena? Može li prirodna domena racionalne funkcije biti cijeli skup $\mathbb{R}$?Mora li graf racionalne funkcije imati vertikalnu asimptotu?

Skicirajte primjer krivulje koja je graf neke funkcije i ima tri vertikalne asimptote. Što joj je domena? Može li funkcija s vertikalnom asimptotom imati cijeli skup $\mathbb{R}$ kao domenu? **Racionalne funkcije** su kvocijenti dvaju polinoma. Što im je prirodna domena? Može li prirodna domena racionalne funkcije biti cijeli skup $\mathbb{R}$?Mora li graf racionalne funkcije imati vertikalnu asimptotu? A horizontalnu?

Skicirajte primjer krivulje koja je graf neke funkcije i ima tri vertikalne asimptote. Što joj je domena? Može li funkcija s vertikalnom asimptotom imati cijeli skup $\mathbb{R}$ kao domenu?
Racionalne funkcije su kvocijenti dvaju polinoma. Što im je prirodna domena? Može li prirodna domena racionalne funkcije biti cijeli skup $\mathbb{R}$?Mora li graf racionalne funkcije imati vertikalnu asimptotu? A horizontalnu?

Primjer

Skicirajte graf funkcije zadane formulom

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2-9}.$$

Kod racionalnih funkcija se ili pojavljuje jedna obostrana horizontalna asimptota ili je uopće nema. Vrijede sljedeća pravila:

- Ako je nazivnik racionalne funkcije r strogo većeg stupnja od brojnika, pravac $y = 0$ je obostrana horizontalna asimptota od r.

Kod racionalnih funkcija se ili pojavljuje jedna obostrana horizontalna asimptota ili je uopće nema. Vrijede sljedeća pravila:

- Ako je nazivnik racionalne funkcije r strogo većeg stupnja od brojnika, pravac $y = 0$ je obostrana horizontalna asimptota od r.
- Ako su nazivnik i brojni racionalne funkcije r jednakih stupnjeva, pravac $y = L$ je obostrana horizontalna asimptota od r, gdje je L kvocijent vodećeg koeficijenta brojnika i vodećeg koeficijenta nazivnika.

Kod racionalnih funkcija se ili pojavljuje jedna obostrana horizontalna asimptota ili je uopće nema. Vrijede sljedeća pravila:

- Ako je nazivnik racionalne funkcije r strogo većeg stupnja od brojnika, pravac $y = 0$ je obostrana horizontalna asimptota od r.
- Ako su nazivnik i brojni racionalne funkcije r jednakih stupnjeva, pravac $y = L$ je obostrana horizontalna asimptota od r, gdje je L kvocijent vodećeg koeficijenta brojnika i vodećeg koeficijenta nazivnika.
- Ako je nazivnik racionalne funkcije r manjeg stupnja od brojnika, r nema horizontalnu asimptotu.

Kod racionalnih funkcija se ili pojavljuje jedna obostrana horizontalna asimptota ili je uopće nema. Vrijede sljedeća pravila:

- Ako je nazivnik racionalne funkcije r strogo većeg stupnja od brojnika, pravac $y = 0$ je obostrana horizontalna asimptota od r.
- Ako su nazivnik i brojni racionalne funkcije r jednakih stupnjeva, pravac $y = L$ je obostrana horizontalna asimptota od r, gdje je L kvocijent vodećeg koeficijenta brojnika i vodećeg koeficijenta nazivnika.
- Ako je nazivnik racionalne funkcije r manjeg stupnja od brojnika, r nema horizontalnu asimptotu.

Kod racionalnih funkcija vertikalne asimptote se pojavljuju kad nazivnik (nakon maksimalnog skraćivanja formule funkcije) ima realnih nultočki (tada su vertikalne asimptote točno pravci $x = c$ gdje su c redom nultočke nazivnika).

Zadatak

Debyeva jednadžba

$$\frac{\varepsilon_{\mathrm{r}} - 1}{\varepsilon_{\mathrm{r}} + 2} = \frac{\rho N_{\mathrm{A}}}{3\varepsilon_0 M}\left(\alpha + \frac{\mu^2}{3kT}\right)$$

povezuje relativnu permitivnost (dielektričnu konstantu) ε_{r} *dipolnim momentom* μ *i polarizabilnosti* α *molekula koje sačinjavaju tu tvar. Ako mjerimo* ε_{r} *u ovisnoti o gustoći* ρ *pri konstantnoj temperaturi* T*, kako iz rezultata mjerenja možemo odrediti* μ *i* α*? Skicirajte graf ovisnosti* ε_{r} *o* ρ*.*

Koji broj realan kubiran daje 8? $-1/27$? 0?

Koji broj realan kubiran daje 8? $-1/27$? 0? Može li se za svaki realan broj naći broj koji kubiran daje polazni broj?

Koji broj realan kubiran daje 8? $-1/27$? 0? Može li se za svaki realan broj naći broj koji kubiran daje polazni broj?A ako zamijenimo riječ kubiran s kvadriran?

Koji broj realan kubiran daje 8? $-1/27$? 0? Može li se za svaki realan broj naći broj koji kubiran daje polazni broj?A ako zamijenimo riječ kubiran s kvadriran?
Skicirajte ovisnost stranice kvadrata o njegovoj površini.

Koji broj realan kubiran daje 8? $-1/27$? 0? Može li se za svaki realan broj naći broj koji kubiran daje polazni broj?A ako zamijenimo riječ kubiran s kvadriran?

Skicirajte ovisnost stranice kvadrata o njegovoj površini.Skicirajte ovisnost polumjera kugle o njezinom volumenu.

Koji broj realan kubiran daje 8? $-1/27$? 0? Može li se za svaki realan broj naći broj koji kubiran daje polazni broj?A ako zamijenimo riječ kubiran s kvadriran?

Skicirajte ovisnost stranice kvadrata o njegovoj površini.Skicirajte ovisnost polumjera kugle o njezinom volumenu.

n-**ti korijen realnog broja** y je realni broj x takav da je $x^n = y$.

Za nenegativne y uvijek postoji, a za neparne n je uvijek jedinstveno određen.

Koji broj realan kubiran daje 8? $-1/27$? 0? Može li se za svaki realan broj naći broj koji kubiran daje polazni broj?A ako zamijenimo riječ kubiran s kvadriran?

Skicirajte ovisnost stranice kvadrata o njegovoj površini.Skicirajte ovisnost polumjera kugle o njezinom volumenu.

n-**ti korijen realnog broja** y je realni broj x takav da je $x^n = y$. Za nenegativne y uvijek postoji, a za neparne n je uvijek jedinstveno određen. Je li vađenje 2. (4., 6., ...) korijena funkcija?

Koji broj realan kubiran daje 8? $-1/27$? 0? Može li se za svaki realan broj naći broj koji kubiran daje polazni broj?A ako zamijenimo riječ kubiran s kvadriran?
Skicirajte ovisnost stranice kvadrata o njegovoj površini.Skicirajte ovisnost polumjera kugle o njezinom volumenu.
n-**ti korijen realnog broja** y je realni broj x takav da je $x^n = y$. Za nenegativne y uvijek postoji, a za neparne n je uvijek jedinstveno određen. Je li vađenje 2. (4., 6., ...) korijena funkcija? Koja je prirodna domena parnih korijena?

Koji broj realan kubiran daje 8? $-1/27$? 0? Može li se za svaki realan broj naći broj koji kubiran daje polazni broj?A ako zamijenimo riječ kubiran s kvadriran?
Skicirajte ovisnost stranice kvadrata o njegovoj površini.Skicirajte ovisnost polumjera kugle o njezinom volumenu.
n-**ti korijen realnog broja** y je realni broj x takav da je $x^n = y$. Za nenegativne y uvijek postoji, a za neparne n je uvijek jedinstveno određen. Je li vađenje 2. (4., 6., ...) korijena funkcija? Koja je prirodna domena parnih korijena? A neparnih?

Koji broj realan kubiran daje 8? $-1/27$? 0? Može li se za svaki realan broj naći broj koji kubiran daje polazni broj?A ako zamijenimo riječ kubiran s kvadriran?
Skicirajte ovisnost stranice kvadrata o njegovoj površini.Skicirajte ovisnost polumjera kugle o njezinom volumenu.
n**-ti korijen realnog broja** y je realni broj x takav da je $x^n = y$. Za nenegativne y uvijek postoji, a za neparne n je uvijek jedinstveno određen. Je li vađenje 2. (4., 6., ...) korijena funkcija? Koja je prirodna domena parnih korijena? A neparnih? Kako izgledaju grafovi funkcija korijena?

Koji broj realan kubiran daje 8? $-1/27$? 0? Može li se za svaki realan broj naći broj koji kubiran daje polazni broj?A ako zamijenimo riječ kubiran s kvadriran?
Skicirajte ovisnost stranice kvadrata o njegovoj površini.Skicirajte ovisnost polumjera kugle o njezinom volumenu.
***n*-ti korijen realnog broja** y je realni broj x takav da je $x^n = y$.
Za nenegativne y uvijek postoji, a za neparne n je uvijek jedinstveno određen. Je li vađenje 2. (4., 6., ...) korijena funkcija? Koja je prirodna domena parnih korijena? A neparnih?
Kako izgledaju grafovi funkcija korijena?

Primjer

Kohlrauschov zakon opisuje ovisnost molarne provodnosti Λ_{m} (u S cm^2 mol^{-1}) o koncentraciji c jakog elektrolita i glasi

$$\Lambda_{\mathrm{m}} = \Lambda_{\mathrm{m}}^{\circ} - \mathcal{K}\sqrt{c}.$$

Pritom su $\Lambda_{\mathrm{m}}^{\circ}$ i $\mathcal{K}$ konstante. Koje su jedinice tih konstanti? Skicirajte graf ovisnosti molarne provodnosti o koncentraciji.

Što od sljedećeg ima smisla računati ako je $c = 0{,}10$ mol/L??

- $c + 2$

Što od sljedećeg ima smisla računati ako je $c = 0{,}10$ mol/L??

- $c + 2$
- $c - 0{,}02$ mol/L

Što od sljedećeg ima smisla računati ako je $c = 0{,}10$ mol/L??

- $c + 2$
- $c - 0{,}02$ mol/L
- $2c$

Što od sljedećeg ima smisla računati ako je $c = 0{,}10$ mol/L??

- $c + 2$
- $c - 0{,}02$ mol/L
- $2c$
- $c/5$

Što od sljedećeg ima smisla računati ako je $c = 0{,}10$ mol/L??

- $c + 2$
- $c - 0{,}02$ mol/L
- $2c$
- $c/5$
- c^2

Što od sljedećeg ima smisla računati ako je $c = 0{,}10$ mol/L??

- $c + 2$
- $c - 0{,}02$ mol/L
- $2c$
- $c/5$
- c^2
- $c^3/(c - 0{,}02\,\mathrm{mol/L})$

Što od sljedećeg ima smisla računati ako je $c = 0{,}10$ mol/L??

- $c + 2$
- $c - 0{,}02$ mol/L
- $2c$
- $c/5$
- c^2
- $c^3/(c - 0{,}02\,\mathrm{mol/L})$
- $3c^{1/2}$

Što od sljedećeg ima smisla računati ako je $c = 0{,}10$ mol/L??

- $c + 2$
- $c - 0{,}02$ mol/L
- $2c$
- $c/5$
- c^2
- $c^3/(c - 0{,}02\,\mathrm{mol/L})$
- $3c^{1/2}$
- 2^c

Što od sljedećeg ima smisla računati ako je $c = 0{,}10\ \mathrm{mol/L}$??

- $c + 2$
- $c - 0{,}02\ \mathrm{mol/L}$
- $2c$
- $c/5$
- c^2
- $c^3/(c - 0{,}02\,\mathrm{mol/L})$
- $3c^{1/2}$
- 2^c

Algebarske funkcije su realne funkcije koje nezavisnoj varijabli varijabli pridružuju zavisnu koja se izračunava korištenjem isključivo četiri osnovne računske operacije i potenciranje na racionalni eksponent. Do na to što članovi koji se zbrajaju i oduzimaju moraju imati istu fizikalnu dimenziju, u algebarske funkcije se mogu uvrštavati fizikalne veličine koje nisu čisti brojevi.