# Sustav linearnih jednadžbi

Vaše ime i prezime

Prirodoslovno - matematički fakultet

## Definicija

Neka su $m, n \in \mathbb{N}$. ***Sustav od*** $m$ ***linearnih jednadžbi s*** $n$ ***nepoznanica nad poljem*** $\mathbb{F}$ je sustav jednadžbi oblika

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned} \tag{1}$$

pri čemu su $x_1, \ldots, x_n$ nepoznanice, $a_{ij} \in \mathbb{F}$ koeficijenti te $b_i \in \mathbb{F}$ slobodni koeficijenti, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$. Ako je $b_1 = \cdots = b_m = 0$, sustav (1) naziva se ***homogeni*** sustav. ***Rješenje sustava*** (1) je svaka uređena $n$-torka $(\gamma_1, \ldots, \gamma_n) \in \mathbb{F}^n$ takva da supstitucijom $x_1 = \gamma_1, \ldots, x_n = \gamma_n$ u (1) dobivamo $m$ numeričkih identiteta. ***Riješiti sustav*** (1) znači odrediti skup svih njegovih rješenja.

## Primjer

Linearni sustav

$$\begin{aligned} 2x + 4y + 6z &= 18 \\ 4x + 5y + 6z &= 24 \\ 3x + y - 2z &= 4 \end{aligned} \tag{2}$$

možemo zapisati i u matričnom obliku $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 24 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 6 & 18 \\ 4 & 5 & 6 & 24 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \end{array}\right]$$

Fig. 1: Proširena matrica sustava (2) u oznaci $A_p$.

## Teorem (Kronecker - Capelli)

Sustav $Ax = b$ je rješiv ako i samo ako je rang matrice sustava $A$ jednak rangu proširene matrice sustava $A_p$.

## Primjer - nastavak

Rang matrice $A_p$ jednak je rangu matrice $A$ (oba iznose 3), stoga prema teoremu zaključujemo da je sustav (2) rješiv.