



# Renesansni fizičari i astronomi u matematici

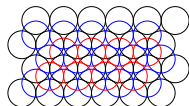
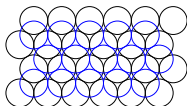
- **Simon Stevin** (1548.–1620.):
  - *De Beghinselen der Weegconst* (1586.) — paralelogram sila: vektori
  - *De Thiende* (*Desetina*, 1585.) — decimalni razlomci prvi put u Europi

# Renesansni fizičari i astronomi u matematici

- **Simon Stevin** (1548.–1620.):
  - *De Beghinselen der Weegconst* (1586.) — paralelogram sila: **vektori**
  - *De Thiende* (*Desetina*, 1585.) — decimalni razlomci prvi put u Europi
- **Galileo Galilei** (1564.–1642.):
  - prva pojava **beskonačnog skupa**
  - pri bacanju triju kockica nisu svi zbrojevi jednako vjerojatni: **vjerojatnost**
  - temelji **računa pogreške** (*Dialogo oprà i due Massimi Sistemi del Mondo Tolemaico e Copernicano*, 1632.):
    - Samo je jedna točna vrijednost mjerene fizikalne veličine.
    - Mjerenja nose grešku uslijed nesavršenosti promatrača i mjernog instrumenta.
    - Greške se raspoređuju simetrično s obzirom na 0 (jednako je vjerojatno izmjeriti rezultat koji za  $\varepsilon$  nadmašuje točnu vrijednost koliko i rezultat koji je za  $\varepsilon$  manji od nje).
    - (Po apsolutnoj vrijednosti) manje greške su vjerojatnije od velikih.

# Johannes Kepler (1571.–1630.)

- Keplerov prvi model Sunčevog sustava u *Mysterium cosmographicum* (1596.)
- Keplerovi zakoni (1609./19.): **elipsa** u prirodi (Galileo: **parabola**)
- prvi sustavni pristup **poliedrima**: Arhimedova tijela, antiprizme, **rompski dodekaedar**, **rompski triakontaedar**, zvjezdasti poliedri
- *Strena, seu, De niue sexangula* (1611.): **Keplerova hipoteza** (dokazano 2017.) o najgušćem pakiranju jednakih kugli



- *Nova stereometria doliorum vinariourum* (1615.): volumeni rotacijskih tijela, **Keplerov problem bačve**

## François Viète (1540.–1603.)

- predložio korištenje slova za konstante i nepoznanice (suglasnike za konstante, samoglasnike za nepoznanice)
- *In artem analyticem isagoge* (1591.): algebra postaje grana koja se bavi jednadžbama, oslonjena na simbolički račun
- dao primjere jednadžbi koje imaju onoliko rješenja koliki im je stupanj.

## François Viète (1540.–1603.)

- predložio korištenje slova za konstante i nepoznanice (suglasnike za konstante, samoglasnike za nepoznanice)
- *In artem analyticem isagoge* (1591.): algebra postaje grana koja se bavi jednažbama, oslonjena na simbolički račun
- dao primjere jednažbi koje imaju onoliko rješenja koliki im je stupanj.
- Vièteove formule

## François Viète (1540.–1603.)

- predložio korištenje slova za konstante i nepoznanice (suglasnike za konstante, samoglasnike za nepoznanice)
- *In artem analyticem isagoge* (1591.): algebra postaje grana koja se bavi jednadžbama, oslonjena na simbolički račun
- dao primjere jednadžbi koje imaju onoliko rješenja koliki im je stupanj.
- Vièteove formule
- francuski pravnik i zastupnik u parlamentu, a matematikom se bavio u slobodno vrijeme.
- Filip II. vs. Henrik IV., 1590.
- anegdota vezana za njega i Adriana van Roomena?

<, >, =

- Robert Recorde = (1557.)

- **Robert Recorde** = (1557.)
- **Thomas Harriot** (1560.–1621.), matematičar, istraživač i astronom
- *Signum majoritatis ut  $a > b$  significet a majorem quam b.*  
*Signum minoritatis ut  $a < b$  significet a minorem quam b.*

- **Robert Recorde** = (1557.)
- **Thomas Harriot** (1560.–1621.), matematičar, istraživač i astronom
- *Signum majoritatis ut  $a > b$  significet a majorem quam b.*  
*Signum minoritatis ut  $a < b$  significet a minorem quam b.*
- $a, aa, aaa, \dots$  za današnje  $a, a^2, a^3, \dots$
- doprinijeo i formulaciji Keplerove hipoteze,
- uočio je da se kubne jednadžbe kojima su poznata tri rješenja  $a, b$  i  $c$  mogu faktorizirati kao  $(x - a)(x - b)(x - c) = 0$

## *Prosthaphaeresis*

Kako pojednostaviti množenje i dijeljenje brojeva s puno znamenki? I zašto bi to trebalo renesansnim ljudima?

# Prosthaphaeresis

Kako pojednostaviti množenje i dijeljenje brojeva s puno znamenki? I zašto bi to trebalo renesansnim ljudima?



**Paul Wittich:** ideja korištenja

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{2}$$

u svrhu svodenja množenja na zbrajanje i oduzimanje.

# Prosthaphaeresis

Kako pojednostaviti množenje i dijeljenje brojeva s puno znamenki? I zašto bi to trebalo renesansnim ljudima?



**Paul Wittich:** ideja korištenja

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{2}$$

u svrhu svodenja množenja na zbrajanje i oduzimanje.

Primjer

$$0,23456 \cdot 0,12345 = ?$$

## Michael Stifel (1487.–1567.)

- njemački redovnik, jedan od ranih Lutherovih sljedbenika, koji mu je našao mjesto pastora koje je Stifel izgubio nakon krivog predskazivanja kraja svijeta za 18. listopada 1533

## Michael Stifel (1487.–1567.)

- njemački redovnik, jedan od ranih Lutherovih sljedbenika, koji mu je našao mjesto pastora koje je Stifel izgubio nakon krivog predskazivanja kraja svijeta za 18. listopada 1533
- $8^{24}$  je  $24$  podijeljeno s  $4$
- spominje iracionalnosti kao brojeve i kaže: iracionalni broj ne može biti racionalan, ali može biti između dva racionalna
- negativne brojeve smatrao je besmislenim, ali kaže i da je nula između pozitivnih i negativnih brojeva
- *Arithmetica integra* (1544.) — prvi opis Pascalovog trokuta u Europi, ali i temelj otkrića logaritama!

- 14. st. d'Oresme:  $a^m a^n = a^{m+n}$  za pozitivne racionalne eksponente
- 15. st. Chuquet proširio na slučajeve kad su kao eksponenti dozvoljeni i 0 i negativni (cijeli) brojevi

- 14. st. d'Oresme:  $a^m a^n = a^{m+n}$  za pozitivne racionalne eksponente
- 15. st. Chuquet proširio na slučajeve kad su kao eksponenti dozvoljeni i 0 i negativni (cijeli) brojevi
- Stifel je uočio: *Zbrajanje u aritmetičkom nizu odgovara množenju u geometrijskom nizu, a isto tako oduzimanje u prvom odgovara dijeljenju u drugom.*

0 1 2 3 4 ...

1 2 4 8 16 ...

Tu je primijetio da se primjerice  $8 \cdot 16$  može računati tako da zbrojimo  $3 + 4 = 7$  i u drugom redu očitamo rezultat. Kako dobiti finiju raspodjelu?

## John Napier (1550.–1617.)

- škotski plemić, fanatični protestant
- zbog sklonosti nošenja dugih halja i noćnih šetnji po dvorcu smatrali su ga nekromantom
- matematikom se bavio samo iz hobija

## John Napier (1550.–1617.)

- škotski plemić, fanatični protestant
- zbog sklonosti nošenja dugih halja i noćnih šetnji po dvorcu smatrali su ga nekromantom
- matematikom se bavio samo iz hobija
- 20 godina potrošio na konstrukciju prve tablice **logaritama**
- *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* 1614., *Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio* 1619.

## John Napier (1550.–1617.)

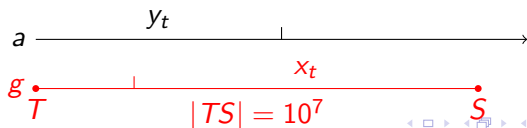
- škotski plemić, fanatični protestant
- zbog sklonosti nošenja dugih halja i noćnih šetnji po dvorcu smatrali su ga nekromantom
- matematikom se bavio samo iz hobija
- 20 godina potrošio na konstrukciju prve tablice **logaritama**
- *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* 1614., *Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio* 1619.
- osnovna ideja: Stifelov 2 zamijeniti s  $q$  blizu 1 za koji se  $q^n$  lako računaju
- zašto baš na 7. potenciju?

## John Napier (1550.–1617.)

- škotski plemić, fanatični protestant
- zbog sklonosti nošenja dugih halja i noćnih šetnji po dvorcu smatrali su ga nekromantom
- matematikom se bavio samo iz hobija
- 20 godina potrošio na konstrukciju prve tablice **logaritama**
- *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* 1614., *Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio* 1619.
- osnovna ideja: Stifelov 2 zamijeniti s  $q$  blizu 1 za koji se  $q^n$  lako računaju
- zašto baš na 7. potenciju?
- $\sin 30^\circ = 5.000.000$ , a  $\sin 90^\circ = 10.000.000 = 10^7$
- u više koraka niz 1380 brojeva u rasponu 4.998.609,4034 i 10.000.000 (sinusi kutova od  $29,99^\circ$  do  $90^\circ$ ). koji su oblika  $10^7 u^i v^j$  ( $u = 0,9995$ ,  $v = 0,99$ )

# Napierovi „logaritmi“

- Napier je odlučio uzeti cjelobrojne sinuse ( $x$ -eve) i tražiti odgovarajuće eksponente ( $y$ -e, tj. logaritme), umjesto obrnuto
- čestice  $a$  i  $g$  gibaju se pravocrtno i bilježimo njihove pozicije  $y_t$  i  $x_t$  u raznim trenucima  $t$
- $a$  se giba konstantnom brzinom  $10^7 \Rightarrow$  za  $t = n \in \mathbb{N}_0$  ( $y_n$ ) je aritmetički niz
- $g$  ima početnu brzinu  $10^7$  i u svakom trenutku joj je brzina  $v$  razmjerna trenutnoj udaljenosti do cilja, koja je u početnom trenutku  $10^7 \Rightarrow$  za  $t = n \in \mathbb{N}_0$  ( $x_n$ ) je geometrijski niz s kvocijentom  $1 - 10^{-7}$ ,  $x_0 = 10^7$
- $y_t :=$  logaritam od „sinusa“  $x_t$



Napier je zatim izveo određena svojstva svog logaritma te je, među ostalim koristeći linearnu interpolaciju, izračunao tablicu logaritama sinusa od 0 do 10.000.000.

### Zadatak

*Dokažite da je*

$$\text{NapLog } x = 10^7 \ln \frac{10^7}{x}.$$

Napier je zatim izveo određena svojstva svog logaritma te je, među ostalim koristeći linearnu interpolaciju, izračunao tablicu logaritama sinusa od 0 do 10.000.000.

### Zadatak

*Dokažite da je*

$$\text{NapLog } x = 10^7 \ln \frac{10^7}{x}.$$

### Zadatak

*Dokažite da je*

$$\text{NapLog } (10^7 x_1 x_2) = \text{NapLog } (10^7 x_1) + \text{NapLog } (10^7 x_2).$$

## Joost Bürgi (1552.–1632.)

- najpoznatiji švicarski urar svog doba, radio i na carskom dvoru u Pragu, gdje je imao prilike susresti Keplera
- vjerojatno je da ga je upravo Kepler nagovorio da objavi svoju konstrukciju logaritama, koja je pak vjerojatno bila inspirirana Stifelovim razmatranjima
- *Progress Tabulen* (1620.)
- kao kvocijent geometrijskog niza uzima 1,0001
- za broj  $N = 10^8 \cdot 1,0001^L$  on broj  $10L$  zove „crvenim brojem crnog broja”  $N$ : Suvremene oznake povlače da je Bürgijev logaritam zapravo

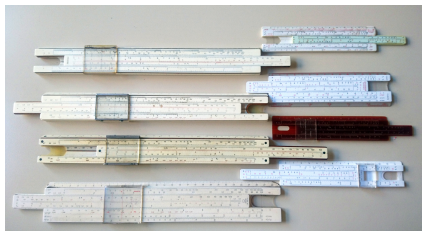
$$\frac{10}{\ln 1,0001} \cdot \ln \frac{x}{10^8}.$$

# Henry Briggs (1561.–1631.)

- profesor geometrije u Oxfordu
- 1615. otputovao k Napieru u Edinburgh
- Napier se složio s Briggsovim prijedlogom da bi zgodniji bili logaritmi kojima je nultočka 1 jer time dobivamo uobičajena svojstva logaritama s obzirom na  $\cdot$  i  $:$
- složili su se i da bi bilo zgodno da 10 puta veći broj ima za 1 veći logaritam
- *Arithmetica Logarithmica*, 1624.: dekadski (Briggsovi) logaritmi
- **mantisa** i **karakteristika**: Svaki decimalni broj možemo zapisati u obliku  $m \cdot 10^k$ , gdje je  $m \in [1, 10)$ ,  $k \in \mathbf{Z}$
- $\log(a \cdot 10^k) = k + \log a \Rightarrow$  dovoljno je znati samo logaritme mantisa
- npr. iz tablice  $\log 1,73 = 0,23805$  pa je  
 $\log 0,173 = 0,23805 - 1 = -0,76195$ ,  
 $\log 173 = 2 + 0,23805 = 2,23805$

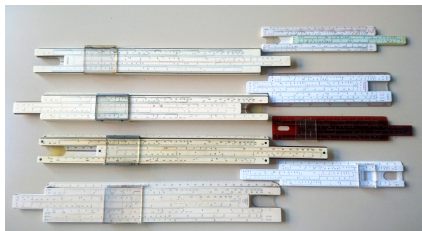
# Logaritmar

1620. je engleski matematičar Edmund Gunter razvio pomagalo za množenje temeljeno na svojstvima logaritama (Gunterov štap), a prvi logaritmar konstruirao je **William Oughtred** (1574.–1660.), prvo 1630. kružni, a onda 1632. kombinacijom dva Gunterova štapa pravi.



# Logaritmar

1620. je engleski matematičar Edmund Gunter razvio pomagalo za množenje temeljeno na svojstvima logaritama (Gunterov štap), a prvi logaritmar konstruirao je **William Oughtred** (1574.–1660.), prvo 1630. kružni, a onda 1632. kombinacijom dva Gunterova štapa pravi.



U *Clavis mathematicae* (1631.), Oughtred je uveo simbol  $\times$  za množenje.