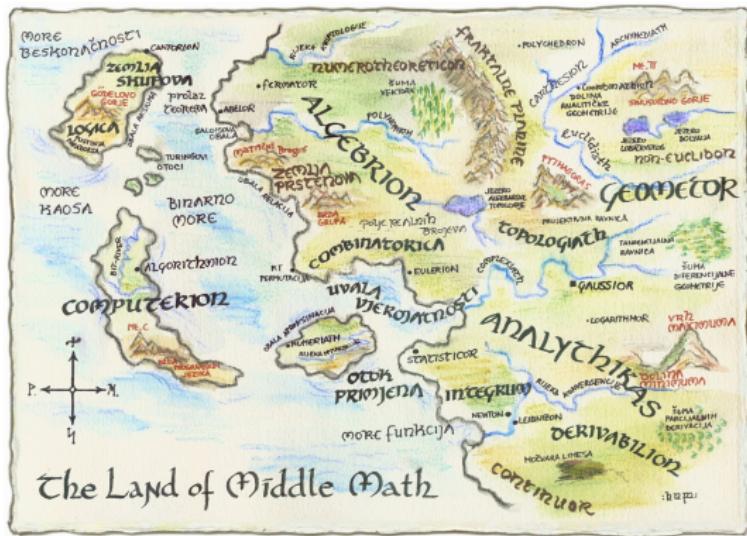


# Povijest matematike

# Utemeljenje infinitezimalnog računa i teorije vjerojatnosti.

*Franka Miriam Brückler*



Slika: © FMB 1999 (CC BY-NC-ND)

# Utemeljenje infinitezimalnog računa

- Zašto se ono pripisuje Newtonu i Leibnizu?

# Utemeljenje infinitezimalnog računa

- Zašto se ono pripisuje Newtonu i Leibnizu?
- Po čemu su im doprinosi slični, a po čemu različiti?

# Utemeljenje infinitezimalnog računa

- Zašto se ono pripisuje Newtonu i Leibnizu?
- Po čemu su im doprinosi slični, a po čemu različiti? Što Vam je iz današnje perspektive neobično u njihovim pristupima?

# Utemeljenje infinitezimalnog računa

- Zašto se ono pripisuje Newtonu i Leibnizu?
- Po čemu su im doprinosi slični, a po čemu različiti? Što Vam je iz današnje perspektive neobično u njihovim pristupima?
- Što znate o Newtonovom životu?

# Utemeljenje infinitezimalnog računa

- Zašto se ono pripisuje Newtonu i Leibnizu?
- Po čemu su im doprinosi slični, a po čemu različiti? Što Vam je iz današnje perspektive neobično u njihovim pristupima?
- Što znate o Newtonovom životu? A o Leibnizovom?

# Utemeljenje infinitezimalnog računa

- Zašto se ono pripisuje Newtonu i Leibnizu?
- Po čemu su im doprinosi slični, a po čemu različiti? Što Vam je iz današnje perspektive neobično u njihovim pristupima?
- Što znate o Newtonovom životu? A o Leibnizovom?
- Dvoje od Vas bit će advokati Newtona odnosno Leibniza — argumentirajte u koristi prvenstva svog klijenta!



# Metoda fluksija

Koje su joj glavne karakteristike?

# Metoda fluksija

Koje su joj glavne karakteristike? Što je prema Newtonu glavni zadatak infinitezimalnog računa?

# Metoda fluksija

Koje su joj glavne karakteristike? Što je prema Newtonu glavni zadatak infinitezimalnog računa?

## Zadatak

*Metodom fluksija odredite jednadžbu tangente na Kartezijev list  $x^3 + y^3 = 6xy$  u njegovoj točki  $(3, 3)$ .*

# Metoda fluksija

Koje su joj glavne karakteristike? Što je prema Newtonu glavni zadatak infinitezimalnog računa?

## Zadatak

*Metodom fluksija odredite jednadžbu tangente na Kartezijev list  $x^3 + y^3 = 6xy$  u njegovoj točki  $(3, 3)$ .*

Zašto je rješavanje diferencijalnih jednadžbi od početka dio infinitezimalnog računa?

# Metoda fluksija

Koje su joj glavne karakteristike? Što je prema Newtonu glavni zadatak infinitezimalnog računa?

## Zadatak

*Metodom fluksija odredite jednadžbu tangente na Kartezijev list  $x^3 + y^3 = 6xy$  u njegovoj točki  $(3, 3)$ .*

Zašto je rješavanje diferencijalnih jednadžbi od početka dio infinitezimalnog računa? Koja je glavna karakteristika Newtonovog integriranja, tj. određivanja odnosa fluensa iz odnosa fluksija?

# Metoda fluksija

Koje su joj glavne karakteristike? Što je prema Newtonu glavni zadatak infinitezimalnog računa?

## Zadatak

*Metodom fluksija odredite jednadžbu tangente na Kartezijev list  $x^3 + y^3 = 6xy$  u njegovoj točki  $(3, 3)$ .*

Zašto je rješavanje diferencijalnih jednadžbi od početka dio infinitezimalnog računa? Koja je glavna karakteristika Newtonovog integriranja, tj. određivanja odnosa fluensa iz odnosa fluksija?

## Zadatak

*Na Newtonov način nađite integralnu krivulju za odnos fluksija dan jednadžbom  $\dot{y}^3 + 12\dot{x}^2\dot{y} = 6\dot{x}\dot{y}^2 + 9\dot{x}^3 + \dot{x}^3x^2$ .*

# Metoda fluksija

Koje su joj glavne karakteristike? Što je prema Newtonu glavni zadatak infinitezimalnog računa?

## Zadatak

*Metodom fluksija odredite jednadžbu tangente na Kartezijev list  $x^3 + y^3 = 6xy$  u njegovoj točki  $(3, 3)$ .*

Zašto je rješavanje diferencijalnih jednadžbi od početka dio infinitezimalnog računa? Koja je glavna karakteristika Newtonovog integriranja, tj. određivanja odnosa fluensa iz odnosa fluksija?

## Zadatak

*Na Newtonov način nađite integralnu krivulju za odnos fluksija dan jednadžbom  $\dot{y}^3 + 12\dot{x}^2\dot{y} = 6\dot{x}\dot{y}^2 + 9\dot{x}^3 + \dot{x}^3x^2$ .*

Usporedite Newtonovo deriviranje i integriranje s modernim!

# Redovi potencija

- Što je to red potencija? Taylorov red?

# Redovi potencija

- Što je to red potencija? Taylorov red?
- Zašto je Newtonu ideja korištenja redova potencija prirodna?

# Redovi potencija

- Što je to red potencija? Taylorov red?
- Zašto je Newtonu ideja korištenja redova potencija prirodna?
- Tko je „otac“ redova potencija?

# Redovi potencija

- Što je to red potencija? Taylorov red?
- Zašto je Newtonu ideja korištenja redova potencija prirodna?
- Tko je „otac“ redova potencija? Koji je red potencija otkrio Nicolaus Mercator?

# Redovi potencija

- Što je to red potencija? Taylorov red?
- Zašto je Newtonu ideja korištenja redova potencija prirodna?
- Tko je „otac“ redova potencija? Koji je red potencija otkrio Nicolaus Mercator?
- Što je Gregory-Mādhavin red? Tko je bio Gregory?

# Redovi potencija

- Što je to red potencija? Taylorov red?
- Zašto je Newtonu ideja korištenja redova potencija prirodna?
- Tko je „otac“ redova potencija? Koji je red potencija otkrio Nicolaus Mercator?
- Što je Gregory-Mādhavin red? Tko je bio Gregory?
- Po čemu je značajan Brook Taylor?

# Redovi potencija

- Što je to red potencija? Taylorov red?
- Zašto je Newtonu ideja korištenja redova potencija prirodna?
- Tko je „otac“ redova potencija? Koji je red potencija otkrio Nicolaus Mercator?
- Što je Gregory-Mādhavin red? Tko je bio Gregory?
- Po čemu je značajan Brook Taylor? Iz čega je izveo opći oblik Taylorovog reda?

# Redovi potencija

- Što je to red potencija? Taylorov red?
- Zašto je Newtonu ideja korištenja redova potencija prirodna?
- Tko je „otac“ redova potencija? Koji je red potencija otkrio Nicolaus Mercator?
- Što je Gregory-Mādhavin red? Tko je bio Gregory?
- Po čemu je značajan Brook Taylor? Iz čega je izveo opći oblik Taylorovog reda?
- Po čemu je značajan Colin Maclaurin?

# Leibnizovi doprinosi izvan infinitezimalnog računa

- Zašto se Leibniza smatra začetnikom matematičkog računarstva i matematičke logike?

# Leibnizovi doprinosi izvan infinitezimalnog računa

- Zašto se Leibniza smatra začetnikom matematičkog računarstva i matematičke logike?
- Koji matematički simboli potječu od Leibniza?

# Leibnizovi doprinosi izvan infinitezimalnog računa

- Zašto se Leibniza smatra začetnikom matematičkog računarstva i matematičke logike?
- Koji matematički simboli potječu od Leibniza?
- Jesu li povjesno determinante definirane preko matrica?

# Leibnizovi doprinosi izvan infinitezimalnog računa

- Zašto se Leibniza smatra začetnikom matematičkog računarstva i matematičke logike?
- Koji matematički simboli potječu od Leibniza?
- Jesu li povjesno determinante definirane preko matrica? Tko je i u koju svrhu uz Leibniza prvi računao determinante?

# Leibnizovi doprinosi izvan infinitezimalnog računa

- Zašto se Leibniza smatra začetnikom matematičkog računarstva i matematičke logike?
- Koji matematički simboli potječu od Leibniza?
- Jesu li povjesno determinante definirane preko matrica? Tko je i u koju svrhu uz Leibniza prvi računao determinante? Kako glasi Cramerovo pravilo?

# Leibnizovi doprinosi izvan infinitezimalnog računa

- Zašto se Leibniza smatra začetnikom matematičkog računarstva i matematičke logike?
- Koji matematički simboli potječu od Leibniza?
- Jesu li povjesno determinante definirane preko matrica? Tko je i u koju svrhu uz Leibniza prvi računao determinante? Kako glasi Cramerovo pravilo?
- Zašto je Leibniz mislio da osnovni teorem algebre ne vrijedi?

# Leibnizovi doprinosi izvan infinitezimalnog računa

- Zašto se Leibniza smatra začetnikom matematičkog računarstva i matematičke logike?
- Koji matematički simboli potječu od Leibniza?
- Jesu li povjesno determinante definirane preko matrica? Tko je i u koju svrhu uz Leibniza prvi računao determinante? Kako glasi Cramerovo pravilo?
- Zašto je Leibniz mislio da osnovni teorem algebre ne vrijedi?
- Što je Leibnizov red?

# Leibnizov infinitezimalni račun

- Kako je Leibniz došao na ideju inverznosti deriviranja i integriranja?

# Leibnizov infinitezimalni račun

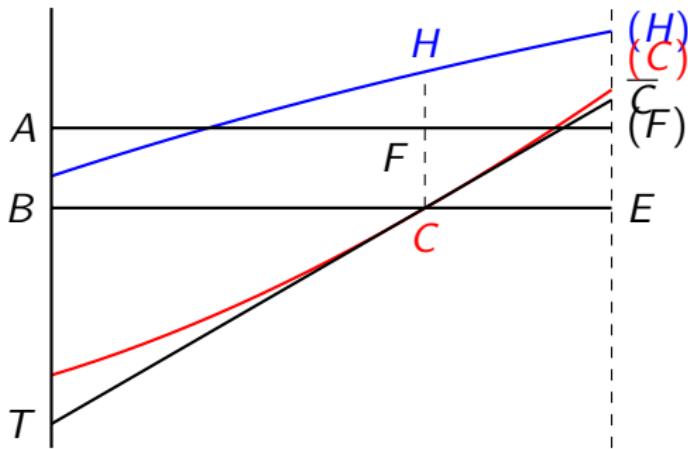
- Kako je Leibniz došao na ideju inverznosti deriviranja i integriranja?
- Čiji utjecaji su očigledni na Leibnizovo utemeljenje infinitezimalnog računa?

# Leibnizov infinitezimalni račun

- Kako je Leibniz došao na ideju inverznosti deriviranja i integriranja?
- Čiji utjecaji su očigledni na Leibnizovo utemeljenje infinitezimalnog računa?
- Kako glasi osnovni teorem infinitezimalnog računa?

# Leibnizov infinitezimalni račun

- Kako je Leibniz došao na ideju inverznosti deriviranja i integriranja?
- Čiji utjecaji su očigledni na Leibnizovo utemeljenje infinitezimalnog računa?
- Kako glasi osnovni teorem infinitezimalnog računa? Koje su glavne ideje Leibnizovog dokaza tog teorema?



# Širenje infinitezimalnog računa

- U čemu je bio problem s Newtonovim i Leibnizovim rezultatima?

# Širenje infinitezimalnog računa

- U čemu je bio problem s Newtonovim i Leibnizovim rezultatima? Zašto su ipak brzo prihvaćeni i dalje razvijeni?

# Širenje infinitezimalnog računa

- U čemu je bio problem s Newtonovim i Leibnizovim rezultatima? Zašto su ipak brzo prihvaćeni i dalje razvijeni?
- Koja dva pojma potječu iz komunikacije između Leibniza i Johanna Bernoullija?

# Širenje infinitezimalnog računa

- U čemu je bio problem s Newtonovim i Leibnizovim rezultatima? Zašto su ipak brzo prihvaćeni i dalje razvijeni?
- Koja dva pojma potječu iz komunikacije između Leibniza i Johanna Bernoullija? Kako je Johann „definirao“ funkciju?

# Širenje infinitezimalnog računa

- U čemu je bio problem s Newtonovim i Leibnizovim rezultatima? Zašto su ipak brzo prihvaćeni i dalje razvijeni?
- Koja dva pojma potječu iz komunikacije između Leibniza i Johanna Bernoullija? Kako je Johann „definirao“ funkciju?
- Kako se zvao Johannov stariji brat? Čime su se oba bavili?

# Širenje infinitezimalnog računa

- U čemu je bio problem s Newtonovim i Leibnizovim rezultatima? Zašto su ipak brzo prihvaćeni i dalje razvijeni?
- Koja dva pojma potječu iz komunikacije između Leibniza i Johanna Bernoullija? Kako je Johann „definirao“ funkciju?
- Kako se zvao Johannov stariji brat? Čime su se oba bavili? Zašto je na Jacobovom **grobu** Arhimedova spirala?

# Širenje infinitezimalnog računa

- U čemu je bio problem s Newtonovim i Leibnizovim rezultatima? Zašto su ipak brzo prihvaćeni i dalje razvijeni?
- Koja dva pojma potječu iz komunikacije između Leibniza i Johanna Bernoullija? Kako je Johann „definirao“ funkciju?
- Kako se zvao Johannov stariji brat? Čime su se oba bavili? Zašto je na Jacobovom **grobu** Arhimedova spirala?
- Zašto se L'Hôpitalovo pravilo pravilnije naziva Bernoulli-L'Hôpitalovo?



# Problem brahistohrone

- Iskažite ga!

# Problem brahistohrone

- Iskažite ga! Što mu je **rješenje**?

# Problem brahistohrone

- Iskažite ga! Što mu je rješenje? Koje su bitne razlike Johannovog i Jacobovog rješenja?

# Ars conjectandi

- Što je u prvom dijelu?

# Ars conjectandi

- Što je u prvom dijelu? U drugom?

# Ars conjectandi

- Što je u prvom dijelu? U drugom? U trećem?

# Ars conjectandi

- Što je u prvom dijelu? U drugom? U trećem?
- Zašto je najvažniji dio četvrti?

# Ars conjectandi

- Što je u prvom dijelu? U drugom? U trećem?
- Zašto je najvažniji dio četvrti?
- Što je to vjerojatnost a priori, a što vjerojatnost a posteriori?

# Ars conjectandi

- Što je u prvom dijelu? U drugom? U trećem?
- Zašto je najvažniji dio četvrti?
- Što je to vjerojatnost a priori, a što vjerojatnost a posteriori?  
Na suvremen način objasnite smisao zlatnog teorema!

# Ars conjectandi

- Što je u prvom dijelu? U drugom? U trećem?
- Zašto je najvažniji dio četvrti?
- Što je to vjerojatnost a priori, a što vjerojatnost a posteriori?  
Na suvremen način objasnite smisao zlatnog teorema! Tko ga je i kada nazvao zakonom velikih brojeva?

# Ars conjectandi

- Što je u prvom dijelu? U drugom? U trećem?
- Zašto je najvažniji dio četvrti?
- Što je to vjerojatnost a priori, a što vjerojatnost a posteriori?  
Na suvremen način objasnite smisao zlatnog teorema! Tko ga je i kada nazvao zakonom velikih brojeva? Kojim zadatkom je Bernoulli motivirao svoj zlatni teorem?

*Neka se broj povoljnih slučajeva prema broju nepovoljnih slučajeva odnosi točno ili približno kao  $\frac{r}{s}$ , dakle prema broju svih mogućih slučajeva kao  $\frac{r}{r+s} = \frac{r}{t}$  (ako se stavi  $r+s = t$ ), gdje je posljednji omjer između granica  $\frac{r+1}{t}$  i  $\frac{r-1}{t}$ . Sad se mogu, kako je dokazano, izvesti toliko opažanja da proizvoljno mnogo (npr. c) puta bude vjerojatnije da je omjer povoljnih prema svim provedenim opažanjima unutar tih granica, nego da je izvan njih, dakle da niti je veći od  $\frac{r+1}{t}$ , niti je manji od  $\frac{r-1}{t}$ .*

# Ars conjectandi

- Što je u prvom dijelu? U drugom? U trećem?
- Zašto je najvažniji dio četvrti?
- Što je to vjerojatnost a priori, a što vjerojatnost a posteriori?  
Na suvremen način objasnite smisao zlatnog teorema! Tko ga je i kada nazvao zakonom velikih brojeva? Kojim zadatkom je Bernoulli motivirao svoj zlatni teorem?

*Neka se broj povoljnih slučajeva prema broju nepovoljnih slučajeva odnosi točno ili približno kao  $\frac{r}{s}$ , dakle prema broju svih mogućih slučajeva kao  $\frac{r}{r+s} = \frac{r}{t}$  (ako se stavi  $r+s = t$ ), gdje je posljednji omjer između granica  $\frac{r+1}{t}$  i  $\frac{r-1}{t}$ . Sad se mogu, kako je dokazano, izvesti toliko opažanja da proizvoljno mnogo (npr. c) puta bude vjerojatnije da je omjer povoljnih prema svim provedenim opažanjima unutar tih granica, nego da je izvan njih, dakle da niti je veći od  $\frac{r+1}{t}$ , niti je manji od  $\frac{r-1}{t}$ .*

Za sljedeći puta ostatak 18. stoljeća!