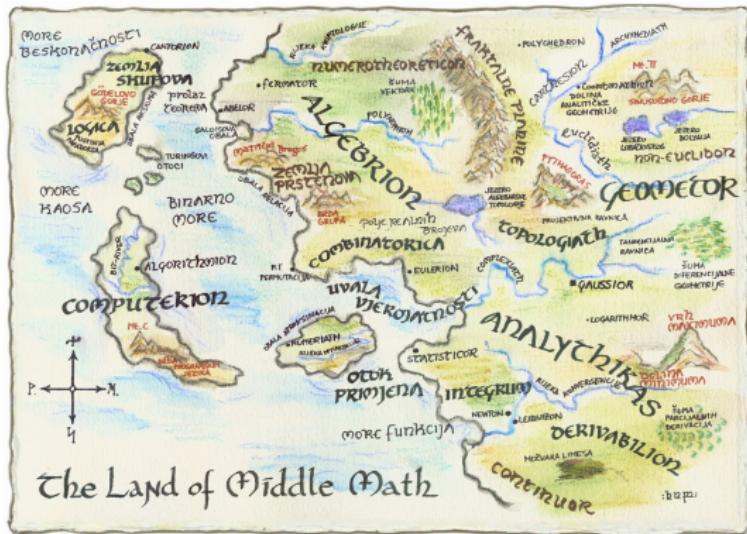


# Povijest matematike

## 18. stoljeće.

Franka Miriam Brückler



Slika: © FMB 1999 (CC BY-NC-ND)

# Leonhard Euler (1707.–1783.)

- Što znate o njegovom životu?

# Leonhard Euler (1707.–1783.)

- Što znate o njegovom životu?
- Koje od danas korištenih matematičkih simbola je uveo Euler?

# Leonhard Euler (1707.–1783.)

- Što znate o njegovom životu?
- Koje od danas korištenih matematičkih simbola je uveo Euler?
- Koje matematičke discipline je utemeljio?

# Leonhard Euler (1707.–1783.)

- Što znate o njegovom životu?
- Koje od danas korištenih matematičkih simbola je uveo Euler?
- Koje matematičke discipline je utemeljio?
- Navedite jedan algebarski doprinos Eulera!

# Leonhard Euler (1707.–1783.)

- Što znate o njegovom životu?
- Koje od danas korištenih matematičkih simbola je uveo Euler?
- Koje matematičke discipline je utemeljio?
- Navedite jedan algebarski doprinos Eulera!
- Koji su Eulerovi doprinosi teoriji brojeva?

# Leonhard Euler (1707.–1783.)

- Što znate o njegovom životu?
- Koje od danas korištenih matematičkih simbola je uveo Euler?
- Koje matematičke discipline je utemeljio?
- Navedite jedan algebarski doprinos Eulera!
- Koji su Eulerovi doprinosi teoriji brojeva?

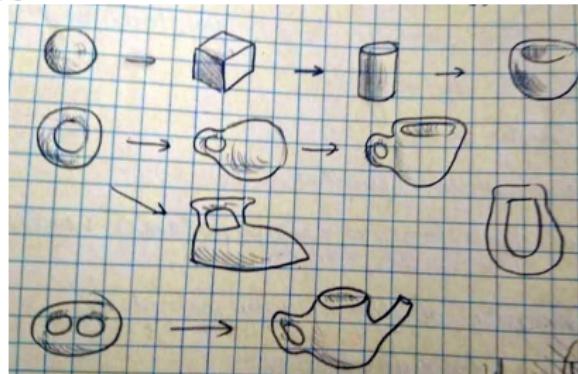
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \prod_{p \text{ prost}} \left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1}.$$

# Utemeljenje topologije

- Što je topologija?

# Utemeljenje topologije

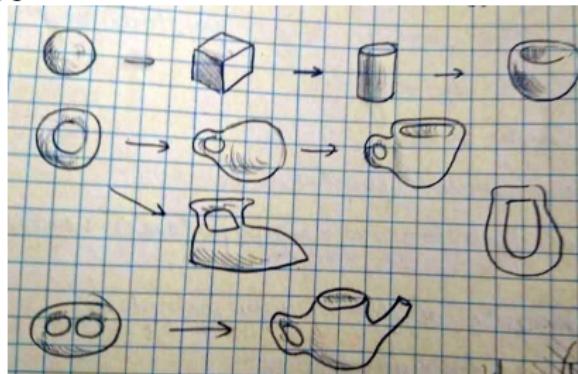
- Što je topologija?



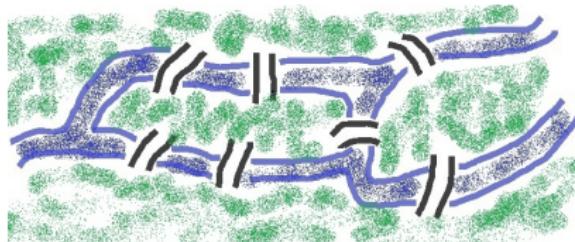
- Koju njenu poddisciplinu i kojim rezultatima je utemeljio Euler?

# Utemeljenje topologije

- Što je topologija?



- Koju njenu poddisciplinu i kojim rezultatima je utemeljio Euler?



- Zašto je Eulerova poliedarska formula topološki rezultat?

- Zašto je Eulerova poliedarska formula topološki rezultat? Je li ju Euler dokazao?

- Zašto je Eulerova poliedarska formula topološki rezultat? Je li ju Euler dokazao? Što je Eulerova karakteristika plohe?

- Zašto je Eulerova poliedarska formula topološki rezultat? Je li ju Euler dokazao? Što je Eulerova karakteristika plohe?
- Je li ipak Descartes otac topologije?

- Zašto je Eulerova poliedarska formula topološki rezultat? Je li ju Euler dokazao? Što je Eulerova karakteristika plohe?
- Je li ipak Descartes otac topologije?

### Teorem (Descartesova poliedarska formula)

Ako 4 prava kuta pomnožimo s brojem prostornih kutova i od toga oduzmemos 8 pravih kutova, preostat će zbroj svih ravninskih kutova u poliedru:

$$360^\circ V - 720^\circ = \sum_{i=1}^S \sum_{j=1}^{V_i} \alpha_{ij}.$$

# Matematička analiza i Euler

- Zašto možemo reći da je s Eulerom matematička analiza postala zasebna disciplina? Kojim djelom?

# Matematička analiza i Euler

- Zašto možemo reći da je s Eulerom matematička analiza postala zasebna disciplina? Kojim djelom?

Definicija (Eulerova definicija funkcije, 1755.)

*Funkcija neke varijableline veličine je analitički izraz, koji je na neki način složen iz te varijabilne veličine i brojeva ili konstantnih veličina.*

- Zašto se e naziva Eulerovim brojem?

# Matematička analiza i Euler

- Zašto možemo reći da je s Eulerom matematička analiza postala zasebna disciplina? Kojim djelom?

Definicija (Eulerova definicija funkcije, 1755.)

*Funkcija neke varijableline veličine je analitički izraz, koji je na neki način složen iz te varijabilne veličine i brojeva ili konstantnih veličina.*

- Zašto se e naziva Eulerovim brojem? Kako je Euler izveo red potencija za eksponencijalnu funkciju s bazom e?

# Matematička analiza i Euler

- Zašto možemo reći da je s Eulerom matematička analiza postala zasebna disciplina? Kojim djelom?

Definicija (Eulerova definicija funkcije, 1755.)

*Funkcija neke varijableline veličine je analitički izraz, koji je na neki način složen iz te varijabilne veličine i brojeva ili konstantnih veličina.*

- Zašto se e naziva Eulerovim brojem? Kako je Euler izveo red potencija za eksponencijalnu funkciju s bazom e?
- Što je Eulerova formula?

# Matematička analiza i Euler

- Zašto možemo reći da je s Eulerom matematička analiza postala zasebna disciplina? Kojim djelom?

Definicija (Eulerova definicija funkcije, 1755.)

*Funkcija neke varijableline veličine je analitički izraz, koji je na neki način složen iz te varijabilne veličine i brojeva ili konstantnih veličina.*

- Zašto se e naziva Eulerovim brojem? Kako je Euler izveo red potencija za eksponencijalnu funkciju s bazom e?
- Što je Eulerova formula?
- Kako glasi Baselski problem i kako ga je riješio Euler?

# Matematička analiza i Euler

- Zašto možemo reći da je s Eulerom matematička analiza postala zasebna disciplina? Kojim djelom?

Definicija (Eulerova definicija funkcije, 1755.)

*Funkcija neke varijableline veličine je analitički izraz, koji je na neki način složen iz te varijabilne veličine i brojeva ili konstantnih veličina.*

- Zašto se e naziva Eulerovim brojem? Kako je Euler izveo red potencija za eksponencijalnu funkciju s bazom e?
- Što je Eulerova formula?
- Kako glasi Baselski problem i kako ga je riješio Euler?
- Kako je Euler pokušao razriješiti problem dobrog utemeljenja infinitezimalnog računa?

# Matematička analiza i Euler

- Zašto možemo reći da je s Eulerom matematička analiza postala zasebna disciplina? Kojim djelom?

Definicija (Eulerova definicija funkcije, 1755.)

*Funkcija neke varijableline veličine je analitički izraz, koji je na neki način složen iz te varijabilne veličine i brojeva ili konstantnih veličina.*

- Zašto se e naziva Eulerovim brojem? Kako je Euler izveo red potencija za eksponencijalnu funkciju s bazom e?
- Što je Eulerova formula?
- Kako glasi Baselski problem i kako ga je riješio Euler?
- Kako je Euler pokušao razriješiti problem dobrog utemeljenja infinitezimalnog računa?

*Onima, koji pitaju što je infinitezimalno mala veličina u matematici, odgovaramo: Ona je u biti jednaka nuli.*

## Zadatak

*Na Eulerov način izvedite pravilo za diferenciranje kvocijenta funkcija.*

### Zadatak

*Na Eulerov način izvedite pravilo za diferenciranje kvocijenta funkcija.*

### Zadatak

*Na Eulerov način izvedite diferencijal sinusa.*

### Zadatak

*Na Eulerov način izvedite pravilo za diferenciranje kvocijenta funkcija.*

### Zadatak

*Na Eulerov način izvedite diferencijal sinusa.*

Tko je prvi matematičar koji govori o **derivaciji** i koji je uočio da je problem temelja infinitezimalnog računa problem granične vrijednosti?

## Zadatak

*Na Eulerov način izvedite pravilo za diferenciranje kvocijenta funkcija.*

## Zadatak

*Na Eulerov način izvedite diferencijal sinusa.*

Tko je prvi matematičar koji govori o **derivaciji** i koji je uočio da je problem temelja infinitezimalnog računa problem granične vrijednosti? Što još znate o **Jean le Rond d'Alembert**-u?

# Vjerojatnost u 18. stoljeću

Po kojim je doprinosima poznat **Abraham de Moivre**? Što zнате о njegovom životu?

# Vjerojatnost u 18. stoljeću

Po kojim je doprinosima poznat **Abraham de Moivre**? Što zname o njegovom životu?

- *Miscellanea Analytica* (1730.) :

$$n! \approx K\sqrt{n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$$

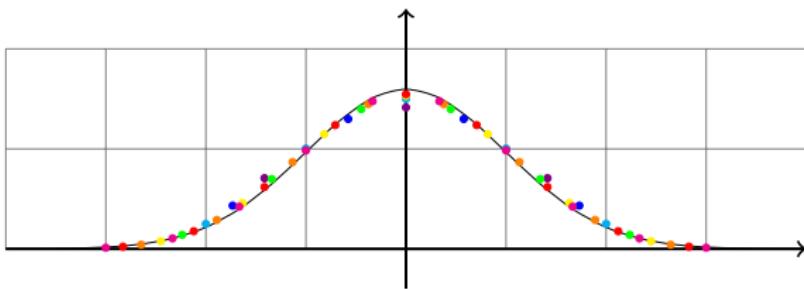
(za velike  $n$ ).

- Prva varijanta **centralnog graničnog teorema** (1733.)

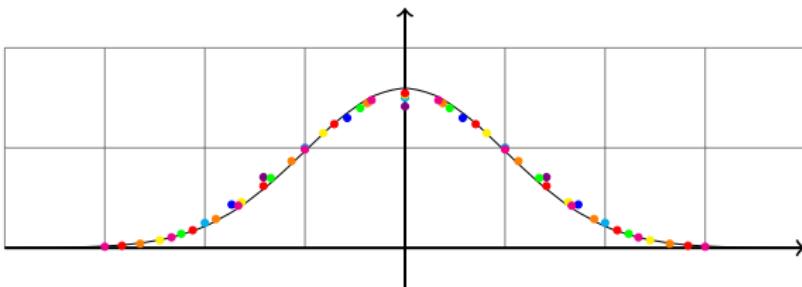
$$\left(\frac{n}{\frac{n}{2} + d}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \approx \frac{2}{\sqrt{2\pi n}} e^{-2d^2/n}$$

$$\sum_{|k-n/2| \leq d} \binom{n}{k} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \approx \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{d/\sqrt{n}} e^{-2t^2} dt.$$

Kako je naslutio taj teorem?

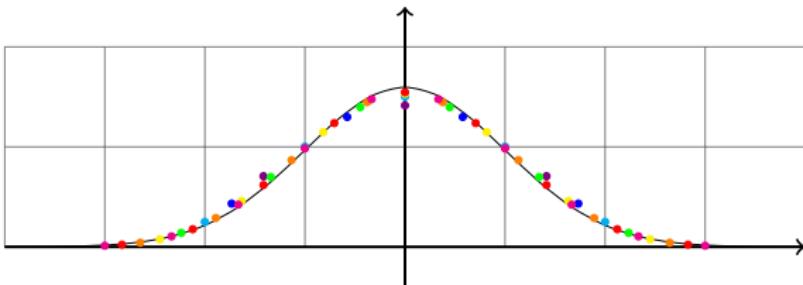


$$\left( \frac{k - \frac{n}{2}}{\sqrt{n}}, \frac{\sqrt{n}}{2^n} \binom{n}{k} \right)$$



$$\left( \frac{k - \frac{n}{2}}{\sqrt{n}}, \frac{\sqrt{n}}{2^n} \binom{n}{k} \right)$$

Kako se zove glavno de Moivreovo djelo? Što je to problem kockareve propasti i kako ga je riješio?



$$\left( \frac{k - \frac{n}{2}}{\sqrt{n}}, \frac{\sqrt{n}}{2^n} \binom{n}{k} \right)$$

Kako se zove glavno de Moivreovo djelo? Što je to problem kockareve propasti i kako ga je riješio?

Nominalne vrijednosti uloga:  $\left(\frac{q}{p}\right)^i$  ( $i = a, a-1, \dots, 2, 1$  za prvog;  $i = a+1, a+2, \dots, a+b$  za drugog) pa je nominalna očekivana vrijednost igre 0:

$$p \left(\frac{q}{p}\right)^{i+1} - q \left(\frac{q}{p}\right)^i = 0, \forall i$$

$$P \sum_{j=1}^b \left(\frac{q}{p}\right)^{a+j} = (1-P) \sum_{i=1}^a \left(\frac{q}{p}\right)^i$$

$$P \sum_{j=1}^b \left(\frac{q}{p}\right)^{a+j} = (1 - P) \sum_{i=1}^a \left(\frac{q}{p}\right)^i$$

Po čemu je značajan **Daniel Bernoulli?**

$$P \sum_{j=1}^b \left(\frac{q}{p}\right)^{a+j} = (1 - P) \sum_{i=1}^a \left(\frac{q}{p}\right)^i$$

Po čemu je značajan **Daniel Bernoulli**? U čemu se sastoji St. Petersburški paradoks?

$$P \sum_{j=1}^b \left(\frac{q}{p}\right)^{a+j} = (1-P) \sum_{i=1}^a \left(\frac{q}{p}\right)^i$$

Po čemu je značajan **Daniel Bernoulli**? U čemu se sastoji St. Petersburški paradoks?  
Očekivana isplata igraču iznosi

$$2^{-1} \cdot 1 + 2^{-2} \cdot 2 + 2^{-3} \cdot 2^2 + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} = \infty$$

Vjerojatnosti dobitka unutar prvih pet bacanja su:  $p_1 = 50\%$  za dobitak u prvom bacanju;  $p_2 = 75\%$  za dobitak unutar prva dva bacanja;  $p_3 = 87,5\%$  za dobitak unutar prva tri bacanja;  $p_4 = 93,8\%$ ;  $p_5 = 96,9\%$ .

# Peti Euklidov postulat

Kako je glasio u izvornoj formulaciji? Što je bio problem?

# Peti Euklidov postulat

Kako je glasio u izvornoj formulaciji? Što je bio problem? Što je to skandal elementarne geometrije i tko ga je tako nazvao?

# Peti Euklidov postulat

Kako je glasio u izvornoj formulaciji? Što je bio problem? Što je to skandal elementarne geometrije i tko ga je tako nazvao?

Zašto su pokušaji Girolama Saccherija i Johanna Heinricha Lambert-a važniji od drugih?

# Peti Euklidov postulat

Kako je glasio u izvornoj formulaciji? Što je bio problem? Što je to skandal elementarne geometrije i tko ga je tako nazvao?

Zašto su pokušaji Girolama Saccherija i Johanna Heinricha Lambert-a važniji od drugih? Što je Saccheri-Hajjamov-at-Tusijev četverokut, a što Lambert-Alhazenov?

# Peti Euklidov postulat

Kako je glasio u izvornoj formulaciji? Što je bio problem? Što je to skandal elementarne geometrije i tko ga je tako nazvao?

Zašto su pokušaji Girolama Saccherija i Johanna Heinricha Lambert-a važniji od drugih? Što je Saccheri-Hajjamov-at-Tusijev četverokut, a što Lambert-Alhazenov? Objasnite ulogu prvog u Saccherijovom „dokazu“ postulata o paralelama!

# Peti Euklidov postulat

Kako je glasio u izvornoj formulaciji? Što je bio problem? Što je to skandal elementarne geometrije i tko ga je tako nazvao?

Zašto su pokušaji Girolama Saccherija i Johanna Heinricha Lambert-a važniji od drugih? Što je Saccheri-Hajjamov-at-Tusijev četverokut, a što Lambert-Alhazenov? Objasnite ulogu prvog u Saccherijovom „dokazu“ postulata o paralelama! Po čemu je još poznat Lambert?

# Peti Euklidov postulat

Kako je glasio u izvornoj formulaciji? Što je bio problem? Što je to skandal elementarne geometrije i tko ga je tako nazvao?

Zašto su pokušaji Girolama Saccherija i Johanna Heinricha Lambert-a važniji od drugih? Što je Saccheri-Hajjamov-at-Tusijev četverokut, a što Lambert-Alhazenov? Objasnite ulogu prvog u Saccherijovom „dokazu“ postulata o paralelama! Po čemu je još poznat Lambert?

Tko je prvi ustvrdio da je moguće da se stvarno radi o aksiomu?

# Peti Euklidov postulat

Kako je glasio u izvornoj formulaciji? Što je bio problem? Što je to skandal elementarne geometrije i tko ga je tako nazvao?

Zašto su pokušaji Girolama Saccherija i Johanna Heinricha Lambert-a važniji od drugih? Što je Saccheri-Hajjamov-at-Tusijev četverokut, a što Lambert-Alhazenov? Objasnite ulogu prvog u Saccherijovom „dokazu“ postulata o paralelama! Po čemu je još poznat Lambert?

Tko je prvi ustvrdio da je moguće da se stvarno radi o aksiomu? Koji su matematički doprinosi **Josipa Rudera Boškovića**?