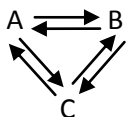


Prvi problemski zadatak iz Matematike 2 za kemičare (ak. god. 2011./12.)

Potpuno riješeni zadatak nosi 20 bodova. Predana rješenja moraju biti čitko, pregledno i jasno pisana na maksimalno dvije A4 stranice. Očigledne detalje postupka, poput kraćenja razlomaka i slično, molim izostavite u predanom rješenju.

Vremenske ovisnosti koncentracija u raznim reakcijskim sustavima karakterizirane su svojstvenim vrijednostima pripadne kinetičke matrice. Za tzv. trokutni reverzibilnom sustavu reakcija



(u uvjetima konstantne temperature, tlaka i volumena i uz pretpostavku da nema izmjene tvari s okolinom) pripadna kinetička matrica je

$$K = \begin{pmatrix} -(k_1 + k'_3) & k'_1 & k_3 \\ k_1 & -(k_2 + k'_1) & k'_2 \\ k'_3 & k_2 & -(k_3 + k'_2) \end{pmatrix}.$$

Veličine $k_1, k_2, k_3, k'_1, k'_2, k'_3$ su pozitivne konstante i zovu se koeficijentima brzina reakcija. U ravnoteži svaki od parova reverzibilnih reakcija mora biti u ravnoteži, iz čega slijedi da u ravnotežnom stanju za ovakav reakcijski sustav mora vrijediti

$$k_1 k_2 k_3 = k'_1 k'_2 k'_3. \quad (*)$$

- Pokažite da je jedna svojstvena vrijednost od K uvijek 0;
- Dokažite: dvije matrice imaju jednake svojstvene vrijednosti točno ako su slične. Tu tvrdnju iskoristite da dokažete: ako vrijedi jednakost (*), onda su svojstvene vrijednosti matrice K realne.
- Možete li naći još neki uvjet na koeficijente brzina reakcija uz koji će svojstvene vrijednosti od K sigurno biti realne?
- Ako je $k_1 = k'_1 = k, k_2 = k'_2 = 2k, k_3 = k'_3 = 3k$, te ako vrijedi (*), odredite sve svojstvene vrijednosti od K !