Produkcija fotona u visokoenergijskim proton-jezgra sudarima

Marija Jakelić
Mentor: doc. dr. sc. Sanjin Benić
Fizički odsjek, PMF, Bijenička cesta 32, 10 000 Zagreb

25.1.2020.

Sažetak

U ovom seminaru predstavljeno je stanje hadronske materije koje se naziva staklasti kondenzat boje. Nadalje, računa se udarni presjek za produkciju fotona u proton-jezgra sudarima, pod pretpostavkom da je jezgra u saturacijskom režimu. Pokazuje se, da zbog jakog klasičnog polja jezgre $O(1/g)$, bremsstrahlung dijagrami postaju dominantni. Također, pokazati će se da udarni presjek procesa ovisi o efektima saturacije.

1 Koordinate svjetlosnog stošca

Neka je x^μ=(x^0,x^1,x^2,x^3) kontravarijantni četverovektor. Koordinate svjetlosnog stošca definiramo kao:

$$x^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(x^0 \pm x^3), \tag{1}$$

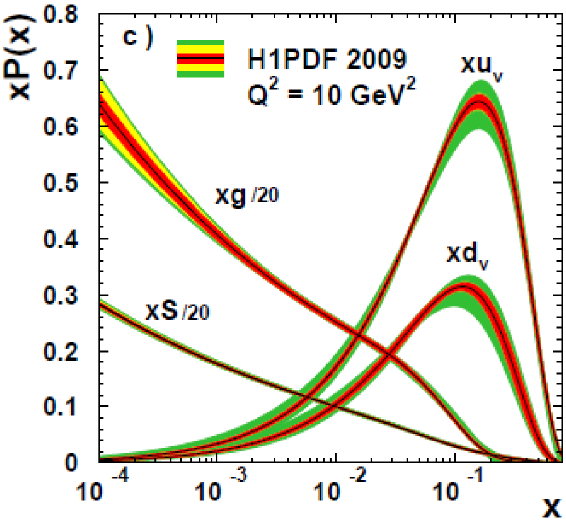
dok sa $x_\perp$=(x^1,x^2) označavamo transverzalne koordinate. Skalarni produkt dvaju četverovektora je:

$$p \cdot x = p^- x^+ + p^+ x^- - \boldsymbol{p}_\perp \cdot \boldsymbol{x}_\perp. \tag{2}$$

Pritom se koristi metrika $\eta_{\mu\nu}$=$diag$(1,-1,-1,-1).

2 Staklasti kondenzat boje

Pri teorijskom opisu hadronskih interakcija jedan od problema je evolucija partonskih gustoća u području gdje je frakcija impulsa x mala. U svrhu boljeg razumijevanja problema, promotrimo duboko neelastičo raspršenje (deep inelastic scattering ili DIS) elektrona i hadrona. Fizikalne veličine, poput udarnog presjeka, možemo izraziti pomoću Lorentz invarijantnih varijabli: x frakcije impulsa partona u hadronu, kvadrata četveroimpulsa virtualnog fotona q^2=-Q^2<0, neelastičnosti y, i energijom u sustavu centra impulsa s. One, prema [10] zadovoljavaju relaciju $x = Q^2/sy$. Za fiksnu vrijedost y, možemo ramotriti dva asimptotska limesa u DIS-u. Prvi je Bjorkenov limes, koji odgovara slučaju fiksnog x sa Q^2, $s \to \infty$. Drugi limes nazivamo Regge-Gribov i predstavlja slučaj fiksnog Q^2, $x \to 0$ i $s \to \infty$.
U Bjorkenovoj granici, u sustavu beskonačnog impulsa (IMF), hadron je razrjeđen sustav valentnih kvarkova i "wee" partona - kvarkova mora i gluona malog x. Iako je, na visokim energijama, broj "wee" partona veliki, hadron je razrjeđen zbog male gustoće faznog prostora pri $Q^2 \to \infty$. U ovom slučaju, u odnosu na iznos izmjenjenog impulsa virtualnog fotona, vrijedi standardna podjela na tvrdo (hard) i meko (soft) raspršenje. Evoluciju partonskih distribucijskih funkcija s τ=ln (Q^2/Λ_{QCD}) opisuju jednadžbe koje nazivamo DGLAP [7].
U Regge-Gribovoj granici, hadronsku strukturu, u visoko energijskim sudarivačima, možemo istražiti za $Q^2 \geq 1\mathrm{Ge}V^2$. Rezultati dobiveni na HERA DIS-u su prikazani na slici (1). Vidimo nagli rast gluonskih distribucijskih funkcija $xG(x, Q^2)$ sa smanjivanjem vrijednosti x-a. U IMF-u, $xG(x, Q^2)$ je broj gluona čija je transverzalna površina $\delta S_\perp \geq 1/Q^2$ i frakcija longitudinalnog impulsa $k^+/P^+ \sim x$.

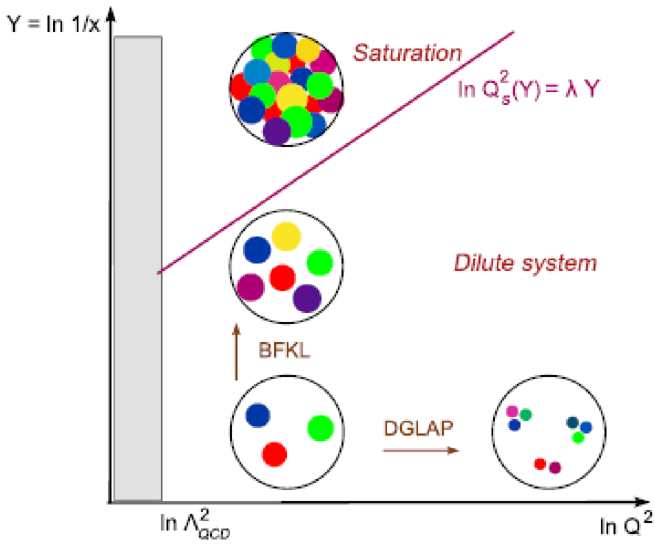


Slika 1: Partonske distribucijske funkcije, HERA DIS, Q^2=10 GeV^2

Jednadžbe koje opisuju evolciju partonskih distribucijskih funkcija s Y=ln(1/x) nazivamo BFKL jednadžbe [5]. One predviđaju rast gluonskih distribucijskih funkcija sa smanjivanjem x-a. No, gluonske distribucijske funkcije ne mogu rasti do beskonačno velikh vrijednosti, jer se time krši unitarnost teorije. Stoga je predloženo, da na dovoljno malim vrijednostima x-a, nelinearna dinamika glatkih (gluonskih) polja boje zaustavi rast i time očuva unitarnost. Ovo nazivamo saturacija gluonskih distribucija na malim vrijednostima x-a. U evolucijskim jednadžbama QCD-a saturacija je predstavljena nelinearnim članovima koji ovise o gustoći [3]. U saturacijskom režimu, prikazanom na lijevoj strani slike (2), hadron je gusta nakupina gluona.
Saturacijski efekti dovode do pojave nove dinamičke skale transverzalnog impulsa, koju nazivamo saturacijskom skalom $Q_s(x)$, koja raste sa opadanjem x-a. Možemo ju definirati preko gluonskog okupacijskog broja, kao liniju duž koje je isti konstantan i reda $1/\alpha_s$, tj. $Q_s^2 \sim \alpha_s x G(x, Q_s^2)/\pi R^2$. Iz ovoga vidimo da vrijedi $Q_s^2 \sim A^{1/3}$. Stoga, za velike jezgre s atomskim brojem A≫1, saturacijski efekti se pojave na manjim vrijednostima x-a u odnosu na proton.
Dinamika gluona u saturacijskom režimu je neperturbativna, što je karakteristično za jako korelirane sustave. Međutim, na dovoljno visokim energijama (ili dovoljno malom x)vrijedi:

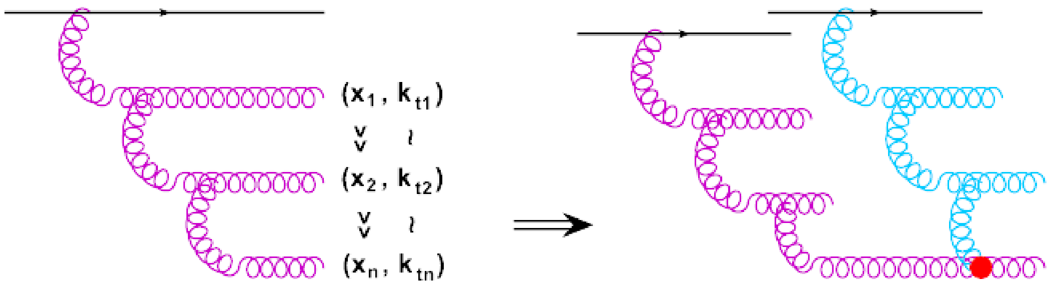
$$Q_S^2(x) \gg \Lambda_{QCD}^2, \tag{3}$$

i $\alpha(Q_s^2) \ll 1$. Ovo predlaže korištnje metode slabog vezanja [8] kod računanja dinamike.



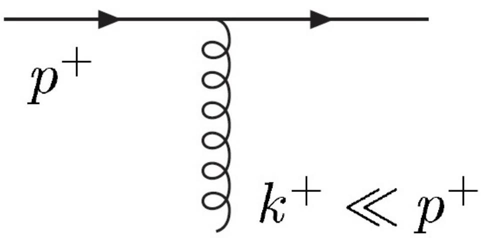
Slika 2: Fazni dijagram kvantne kromodinamike. Obojene točke predstavljaju partone s $\delta S_\perp \sim 1/Q^2$ i s longitudinalnim impulsom k^+=xP^+.

Praktično i fenomenološki najbolji opis kvantne kromodinamike u saturacijskom režimu je staklasti kondenzat boje (Colour Glass Condensate ili CGC). Jedna od pretpostavki je da gluonske gustoće odgovaraju jakim klasičnim poljima, što dopušta računanje hadronskih i nuklearnih valnih funkcija na malom x klasičnim tehnikama. Nadalje, nelinearni (o gustoći ovisni) članovi su povezani sa unitarnošću teorije, i prikladnim odabirom sustava i baždarenja, mogu se interpretirati kao gluonski rekombinacijski procesi koji zaustavljaju rast gluonskih gustoća. Primjer jednog takvog procesa je dan na slici (3).



Slika 3: Rekombinacijski proces

Staklasti kondenzat boje je efektivna teorija polja temeljena na razdvajanju stupnjeva slobode na brze izvore boje $\rho(x)$ i spora dinamička polja boje A^{μ}. Skalu koja ih razdvaja zadajemo s Λ_{+}. Spori (soft) gluoni, koje ćemo opisati poljima A^{μ}, imaju impuls $k^{+}<\Lambda_{+}$, dok brzi izvori boje imaju $k^{+}>\Lambda_{+}$. Brzi izvori mogu ili emitirati ili apsorbirati gluone, ali u prvoj aproksimaciji oni ne odstupaju od svojih trajektorija $x^{-}=0$ (eikonal aproksimacija [6]), te ih ne smatramo dinamičkim modovima. Možemo pokazati da gluoni vide izvore kao statične tokom određenog vremenskog intervala. Razmotrimo emitiranje gluona prikazano na slici (4).



Slika 4: Emisija gluona

Za njega vrijedi $\Delta x^{+} \simeq 1/k^{+}=2k^{+}/k_{\perp}^{2}$, što je puno manje od $1/p^{+}$. Drugim riječima, budući da emitirani gluoni evoluiraju jako brzo u odnosu na brze partone, oni vide njihovu konfiguraciju kao smrznutu tokom određenog vremenskog intervala. Iako smrznuti, izvori nasumično variraju od događaja do događaja. Sva informacija o njima nalazi se u funkcionalu $W_{\Lambda_{+}}[\rho]$, koji daje vijerovatnost određene konfiguracije izvora u hadronu na skali Λ_{+}. U McLerran-Venugopalan (MV) modelu on glasi [1]:

$$W_{MV}\left[\rho\right] \equiv \exp\Big[-\int dx^{-}d^{2}\boldsymbol{x}_{\perp}\frac{\rho_{a}(x^{-},\boldsymbol{x}_{\perp})\rho^{a}(x^{-},\boldsymbol{x}_{\perp})}{2\mu^{2}(x^{-})}\Big], \tag{4}$$

gdje je $\mu^{2}(x^{-})$ gustoća naboja po nukleonu, povezana sa saturacijskom skalom [1]:

$$Q_{s}^{2}=\frac{g^{2}C_{F}}{2\pi}\mu_{A}^{2}, \tag{5}$$

gdje je μ_{A}^{2} gustoća naboja po jedinici transverzalne površine dobivenan integracijom: $\int dx^{-}\mu(x^{-})$. Gaaussova distribucija vijerovatnosti vodi na trivijalnu korelaciju:

$$\rho^{a}(x_{\perp},x^{-})\rho^{b}(y_{\perp},y^{-})\rangle=\delta^{ab}\delta(x_{\perp}-y_{\perp})\delta(x^{-}-y^{-})\mu_{A}^{2} \tag{6}$$

Da bi izračunali bilo koju fizikalnu observablu, moramo napraviti prosjek po svim mogućim konfiguracijama boje izvora:

$$\langle A\left[\rho\right]\rangle_{\rho}=\int\left[\mathcal{D}\rho\right]W\left[\rho\right]A\left[\rho\right], \tag{7}$$

3 Klasično polje

Budući da imamo veliki okupacijski broj gluona u faznom prostoru, lako se vidi da kvantni efekti postaju zanemarivi:

$$N = a^\dagger a \sim \frac{1}{\alpha_s} \gg [a^\dagger, a] \sim 1 \tag{8}$$

Klasična Yang-Mills jednadžba za gluone glasi:

$$[D_\nu, F^{\nu\mu}] = J^\mu, \tag{9}$$

gdje je:

$$F^{\nu\mu} = F_a^{\mu\nu} t^a, \qquad F_a^{\nu\mu} = \partial^\nu A_a^\mu - \partial^\mu A_a^\nu + g f_{abc} A_b^\mu A_c^\nu, \tag{10}$$

i J^μ=$J_a^\mu t^a \in \mathrm{SU}(N_c)$. Za jezgru koja se giba brzinom bliskoj brzini svjetlosti u pozitivnom z smjeru, izvor ima strukturu [4]:

$$J^\mu(x^-, x_\perp) = \delta^{\mu +} g \rho(x^-, \boldsymbol{x}_\perp) \tag{11}$$

Nadalje, koristeći identitet $[D_\mu, [D_\nu, F^{\mu\nu}]] = 0$, tj. kovarijantnu očuvanost struje $[D_\nu, J^\nu] = 0$ dobivamo:

$$J^+(x^+, x^-, \boldsymbol{x}_\perp) = g W(x^+, x^-, \boldsymbol{x}_\perp) \rho(x^-, \boldsymbol{x}_\perp) W^\dagger(x^+, x^-, \boldsymbol{x}_\perp), \tag{12}$$

gdje je:

$$W(x^+, x^-, \boldsymbol{x}) = \mathrm{T} \exp(ig \int_{x_0^+}^{x^+} dy^+ A^-(y^+, x^-, \boldsymbol{x}_\perp)) \tag{13}$$

Wilsonova linija s uključenim vremenskim poretkom, jer operatori eksponentu ne komutiraju[1]. $\rho(x^-, \boldsymbol{x}_\perp)$ je vrijednost struje u nekom početnom trenutku x_0^+, $\rho(x^-, \boldsymbol{x}_\perp) \equiv J^+(x_0^+, x^-, \boldsymbol{x}_\perp)$.
Sada Yang-Millsovu jednadžbu za polje A^μ(x) možemo zapisati kao:

$$[D_\nu, F^{\nu\mu}](x) = \delta^{\mu +} g W(x) \rho(x^-, \boldsymbol{x}_\perp) W^\dagger(x) \tag{14}$$

Koristeći A^+=0 (light-cone gauge) i pretpostavku da je fizika invarijantna na translaciju duž osi gibanja jezgre x^+ ($\partial^- = 0$), može se naći riješenje Yang-Mills jednadžbe za koje vrijedi $A^- = 0$ (i stoga W=1). Eksplicitno, imamo:

$$\left[D_i, F^{ij}\right] = 0, \tag{15}$$

$$\left[D_i, \partial^+ A^i\right] = -J^+. \tag{16}$$

Iz jednadžbe (15) vidimo da su transverzalne komponente polja čista baždarna polja. Stoga, možemo pisati:

$$A^i(x^-, \boldsymbol{x}_\perp) = \frac{i}{g} V(x^-, \boldsymbol{x}_\perp) \partial^i V^\dagger(x^-, \boldsymbol{x}_\perp), \tag{17}$$

gdje je V $\in \mathrm{SU}(N_c)$. Za daljne pojednostavljenje računa koristimo transformaciju:

$$A^\mu \to \tilde{A}^\mu = V A^\mu V^\dagger \frac{i}{g} V \partial V^\dagger. \tag{18}$$

što vodi na:

$$\tilde{A}^- = \tilde{A}^i = 0 \tag{19}$$

$$\tilde{A}^+ = \frac{i}{g} V^\dagger \partial^+ V. \tag{20}$$

Yang-Millsova jednadžba (16) sada postaje:

$$-g \nabla_\perp^2 \tilde{A}^+ = -g \tilde{\rho}, \tag{21}$$

gdje je $\tilde{\rho}$=V$\rho V^\dagger$ izvor u novom baždarenju. Ova jednadžba ima strukturu 2-dimenzionalne Poissonove jednadžbe s izvorom $\tilde{\rho}$. Stoga možemo pisati:

$$V(x^-, \boldsymbol{x}_\perp) = \mathrm{T} \exp \left\{ -ig^2 \int_{x_0^-}^{x^-} dz^- \frac{1}{\nabla_\perp^2} \tilde{\rho}_a(z^-, \boldsymbol{x}_\perp) t^a \right\} \tag{22}$$

Možemo fiksirati x_0^-=-∞. Nadalje, primjetimo da je izvor različit od nule u intervalu $0 \leq x^- \leq 1/\Lambda^+$. Dakle V=1 za x_0^-<0. Za x_0^->0, možemo prema [10], koristit aproksimaciju trenutnog doprinosa integralu oko x^-=0, na sljedeći način:

$$A^i(1/\Lambda_+, \boldsymbol{x}_\perp) = A^i(+\infty, \boldsymbol{x}_\perp) \tag{23}$$

Transverzalno klasično gluonsko polje tada možemo zapisati kao:

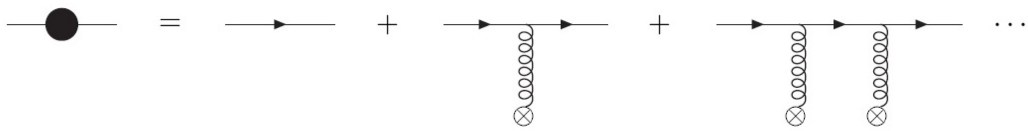
$$A^i(x^-, \boldsymbol{x}_\perp) = \theta(x^-)\frac{i}{g}U(\boldsymbol{x}_\perp)\partial^i U^\dagger(\boldsymbol{x}_\perp), \tag{24}$$

gdje je:

$$U(\boldsymbol{x}_\perp) \equiv \mathrm{T}\exp\left\{-ig^2\int_{-\infty}^{\infty} dz^- \frac{1}{\nabla_\perp^2}\tilde{\rho}_a(z^-, \boldsymbol{z}_\perp)t^a\right\}. \tag{25}$$

4 Fermionski propagator u polju jezgre

Fermionska Greenova funckija (propagator) G_F(x,y) u polju jezgre prikazana je na slici (5).



Slika 5: Dijagramski prikaz propagatora, tj. interakcija s pozadinskim poljem jezgre

Crna točka na lijevoj strani jednakosti označava interakciju u svim redovima, a znak $\otimes$ prikazuje da se ne radi o običnom qqG-vrhu, nego o međudjelovanju s klasičnim poljem.
Fermionski propagator možemo izračunati koristeći formulu:

$$G_F(x,y) = i\int \frac{d^4q}{(2\pi)^4}\frac{1}{q^2 - m^2 + i\epsilon}\sum_{s,a}\psi_q^{s,a}(x)\overline{\psi}_q^{s,a}(y), \tag{26}$$

gdje je q impuls čestice, a s i a su indeksi spinora i boje, respektivno. Valne funkcije $\psi(x)$ dobijemo rješavanjem Diracove jednadžbe s umetnutim pozadinskim poljima. Nakon spajanja riješenja u x^-=0, dobije se izraz koji možemo naći u [9]. Njegovim umetanjem u formulu (26) i nakon kovarijantne baždarne transormacije dobivamo izraz za propagator koji glasi:

$$\begin{aligned} G_F(x,y) = G_F^0(x-y) + \int d^4z\delta(z^-)\big[&\theta(x^-)\theta(-y^-)(U^\dagger(z_\perp - 1)) \\ &-\theta(-x^-)\theta(y^-)(U(z_\perp) - 1)\big]G_F^0(x-z)\gamma^- G_F^0(z-y), \end{aligned} \tag{27}$$

gdje je G_F^0 slobodni Feynmanov propagator kvarka, a U($z_\perp$) je dana izrazom (25).
Prethodni izraz za propagator možemo napisati u impulsnom prostoru:

$$G_F(q,p) = (2\pi)^4\delta^4(q-p)G_F^0(p) + G_F^0(p)\mathcal{T}_F(q,p)G_F^0(p), \tag{28}$$

gdje je matrica interakcije $\mathcal{T}_F$(q,p) dana izrazom [10]:

$$\mathcal{T}_F(q,p) = (2\pi)\delta(q^- - p^-)\gamma^-\mathrm{sign}(p^-)\int d^2z_\perp\big[U^{\mathrm{sign}(p^-)}(\boldsymbol{z}_\perp) - 1\big]e^{i(\boldsymbol{q}_\perp - \boldsymbol{p}_\perp)\cdot\boldsymbol{z}_\perp} \tag{29}$$

5 Produkcija fotona u pA sudarima

5.1 Amplituda

U ovom dijelu promatramo proces:

$$q(p) + A \to q(q)\gamma(k)A. \tag{30}$$

Pritom pretpostavljamo da je jezgra dovoljno velika za stvaranje prethodno opisanog klasičnog gluonskog polja (staklasti kondenzat boje). Pritom proton opisujemo na standardan način, partonskim distribucijskim funkcijama. Efektivno promatramo proces $q \to q\gamma$ u klasičnom bojnom polju jezgre.
Amplituda procesa je dana izrazom:

$$\langle q(q)\gamma(k)_{,out}|q(p)_{,in}\rangle = \langle 0_{,out}|a_{out}(k)b_{out}(q)b_{in}^{+}(p)|0_{,in}\rangle$$

koji, koristeći LSZ formalizam, možemo zapisati kao:

$$\langle q(q)\gamma(k),_{out}|q(p),_{in}\rangle = \frac{e}{Z_2\sqrt{Z_3}}\int d^4xd^4yd^4ze^{i(kx+qz-py)}\overline{u}(\boldsymbol{q})(i\overrightarrow{\partial\!\!\!/}_z - m)$$
$$\times\langle 0,_{out}|T\psi(z)\varepsilon\cdot J(x)\overline{\psi}(z)|0,in\rangle(i\overleftarrow{\partial\!\!\!/}_y + m)u(\boldsymbol{p}), \quad (31)$$

gdje je e električni naboj kvarka, $J^\mu(x)\equiv\overline{\psi}(x)\gamma_\mu\psi(x)$ kvarkovska komponenta elektromagnetne struje, Z_2 i Z_3 su fermionski i fotonski renormalizacijski faktori, respektivno. Budući da u daljnjem računu nećemo gledati korekcije u petljama dijagrama, uzimamo Z_2=Z_3=1. Matrični element u izrazu (31), koristeći Wickov teorem, možemo zapisati kao:

$$\langle 0,_{out}|T\psi(z)\overline{\psi}(x)\not\varepsilon\psi(x)\overline{\psi}(y)|0,_{in}\rangle = -G_F(z,x)\not\varepsilon G_F(x,y), \quad (32)$$

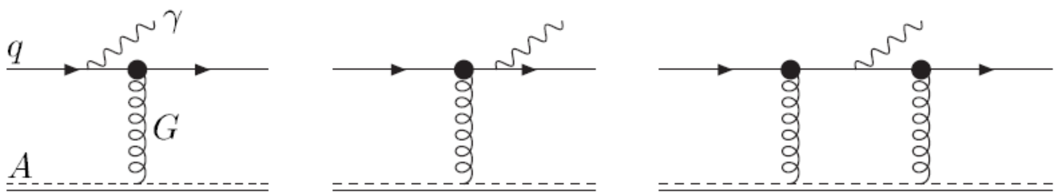
gdje je G_F fermionski propagator u pozadini jakog klasičnog bojnog polja jezgre, zadan izrazom (27). Amplitudu sada možemo zapisati kao:

$$\langle q(q)\gamma(k),_{out}|q(p),_{in}\rangle = -e\int d^4xd^4yd^4ze^{i(kx+qz-py)}$$
$$\times\overline{u}(\boldsymbol{q})(i\overrightarrow{\partial\!\!\!/}_z - m)G_F(z,x)\not\varepsilon G_F(x,y)(i\overleftarrow{\partial\!\!\!/}_y - m)u(\boldsymbol{p}). \quad (33)$$

Prebacivanjem propagatora iz koordinatnog u impulsni prostor Fourierovom transformacijom i koristeći izraz (28) dobivamo:

$$\langle q(q)\gamma(k),_{out}|q(p),_{in}\rangle = -e\overline{u}(\boldsymbol{q})\big[(2\pi)^4\delta^4(k+q-p)\not\varepsilon$$
$$+\mathcal{T}_F(q,p-k)G_F^0(p-k)\not\varepsilon + \not\varepsilon G_F^0(q+k)\mathcal{T}_F(q+k,p)$$
$$\int\frac{d^4l}{(2\pi)^4}\mathcal{T}_F(q,l)G_F^0(l)\not\varepsilon G_F^0(k+l)\mathcal{T}_F(k+l,p)\big]u(\boldsymbol{p}) \quad (34)$$

Prvi član u izrazu (34) prikazuje situaciju, u kojoj kvark emitira foton, ali ne interagira s jezgrom. On neće imati doprinos u udarnom presjeku, zato jer je delta funkcija jednaka nuli za čestice koje zadovoljavaju "mass-shell" uvjet.
Drugi i treći član, prikazuju slučajeve u kojima kvark interagira s jezgrom prije i poslije emisije fotona, respektivno. Posljednji član prikazuje slučaj u kojem kvark interagira s jezgrom, emitira foton i ponovo interagira s jezgrom. Dijagrami navedenih slučajeva, koje nazivamo bremsstrahlung, nalaze se na slici (5).



Slika 6: Dijagrami za tri procesa navedena u (34).A predstavlja jezgru (CGC) koja stvara pozadinsko polje, q je kvark, γ foton. Crna točka prikazuje interakciju kvarka i jezgre u svim redovima.

Sada ćemo pokazati da je posljednji član u izrazu (34) jednak nuli. Analitički, dovoljno je promotriti strukturu l^+ polova propagatora.

$$\delta(q^- - l^-)\delta(k^- + l^- p^-)\int_{-\infty}^{\infty}dl^+\frac{1}{k^+ + l^+ - \frac{(k_\perp+l_\perp)^2+m^2+i\epsilon}{2(k^-+l^-)}}\frac{1}{l^+ - \frac{l_\perp^2+m^2-i\epsilon}{2l^-}} \quad (35)$$

Budući da čestice zadovoljavaju "mass-shell" uvjet, vrijedi $p^- > 0$ i $q^- > 0$. Tada iz delta funkcije slijedi da su $l^- > 0$ i $k^- + l^- > 0$. Iz nazivnika (26) vidimo da su oba pola ispod realne osi. Zatvaranje konture u gornjoj polovici ravnine daje iščezavajući doprinos. Nazivnik je reda (l^2), što osigurava konvergenciju kada radijus konture puštamo u beskonačnost. Jedina iznimka je pojava članova u brojniku koji su proporcionalni s l^+. Oni se pojavljuju u produktu $l\!\!/ = \gamma^+l^- + \gamma^-l^+ - \gamma_\perp\cdot\boldsymbol{l}_\perp$. No, izraz (35) množimo s obje strane s γ^-, koje dolaze od $\mathcal{T}_F$ (29). Korištenjem identiteta $\gamma^-\gamma^-$=0 vidimo da ti članovi iščezavaju. Fizikalno, ovakvu situaciju objašnjavamo na sljedeći način. Imamo slučaj u kojem kvark prvo interagira s jezgrom, propagira i emitra foton. Zatim opet propagira i po drugi put interagira s jezgrom. No, jezgra se u našem modelu giba brzinom bliskoj svjetlosti u pozitivnom z smjeru. Stoga, ne može drugi put interagirati s kvarkom zbog prevelike udaljenosti. Uzevši prethodno navedeno u obzir, amplitudu možemo zapisati kao:

$$\begin{aligned}\langle q(q)\gamma(k),_{out}|q(p),_{in}\rangle = -ie\overline{u}(\boldsymbol{q})\left[\frac{\gamma^-(p-k+m)\epsilon}{(p-k)^2-m^2}+\frac{\epsilon(q+k+m)\gamma^-}{(q+k)^2-m^2}\right]u(p)\\ \times 2\pi\delta(q^-+k^--p^-)\int d^2x_\perp e^{i(q_\perp+k_\perp-p_\perp)\cdot x_\perp}(U(x_\perp)-1).\end{aligned} \tag{36}$$

5.2 Spinski dio amplitude

U izrazu (36), prepoznajemo dio koji ovisi samo o spinu:

$$L \equiv \overline{u}(\boldsymbol{q})\Big[\frac{\gamma^-(\not p-\not k+m)\not\epsilon}{(p-k)^2-m^2}+\frac{\not\epsilon(\not q+\not k+m)\gamma^-}{(q+k)^2-m^2}\Big]u(\boldsymbol{p}) \tag{37}$$

Njegova apsolutna vrijednost na kvadrat, iznosi:

$$\begin{aligned}L^\dagger L = \overline{u}(\boldsymbol{p})\Big[\frac{\not\epsilon^*(\not p-\not k+m)\gamma^-}{(p-k)^2-m^2}+\frac{\gamma^-(\not q+\not k+m)\not\epsilon^*}{(q+k)^2-m^2}\Big]u(\boldsymbol{q})\\ \times\overline{u}(\boldsymbol{q})\Big[\frac{\gamma^-(\not p-\not k+m)\not\epsilon}{(p-k)^2-m^2}+\frac{\not\epsilon(\not q+\not k+m)\gamma^-}{(q+k)^2-m^2}\Big]u(\boldsymbol{p}).\end{aligned} \tag{38}$$

Ovaj izraz moramo uprosječiti po spinu ulazne čestice i sumirati po spinu izlazne čestice i polarizaciji fotona. Nadalje, koristimo Casimirov trik i identitet:

$$\sum_{spin} u(\boldsymbol{p})\overline{u}(\boldsymbol{p}) = \not p + m \tag{39}$$

i dobivamo:

$$\begin{aligned}\langle \mathrm{tr}(L^\dagger L)\rangle_{spin} \equiv \frac{1}{2}\mathrm{tr}\Bigg\{(\not p+m)\left[\frac{\not\epsilon^*(\not p-\not k+m)\gamma^-}{(p-k)^2-m^2}+\frac{\gamma^-(\not q+\not k+m)\not\epsilon^*}{(q+k)^2-m^2}\right]\\ \times(\not q+m)\left[\frac{\gamma^-(\not p-\not k+m)\not\epsilon}{(p-k)^2-m^2}+\frac{\not\epsilon(\not q+\not k+m)\gamma^-}{(q+k)^2-m^2}\right]\Bigg\}\end{aligned} \tag{40}$$

Prethodni izraz možemo pojednostaviti na oblik:

$$\begin{aligned}\langle \mathrm{tr}(L^\dagger L)\rangle_{spin} = -4m^2\left[\frac{p^{-2}}{(q\cdot k)^2}+\frac{q^{-2}}{(p\cdot k)^2}+\frac{k^{-2}}{(p\cdot k)(q\cdot k)}\right]\\ +8(p^{-2}+q^{-2})\left[\frac{p\cdot q}{(p\cdot k)(q\cdot k)}+\frac{1}{q\cdot k}-\frac{1}{p\cdot k}\right].\end{aligned} \tag{41}$$

5.3 Usrednjavanje po svim vrijednostima boje

U ovom dijelu računamo izraze $\langle U(\boldsymbol{x}_\perp)\rangle$ i $\langle U(\boldsymbol{x}_\perp)U(\boldsymbol{y}_\perp)\rangle$, gdje je $U(\boldsymbol{x}_\perp)$ dan izrazom (25). Koristeći MV model (7):

$$\begin{aligned}\langle U(\boldsymbol{x}_\perp)\rangle = \int[\mathcal{D}\rho]\exp\big[-\int dz^-d^2\boldsymbol{z}_\perp\frac{\rho_a(z^-,\boldsymbol{z}_\perp)\rho^a(z^-,\boldsymbol{z}_\perp)}{2\mu^2(z^-)}\big]\\ \times\exp -ig^2\int_{-\infty}^{\infty}dz^-\frac{1}{\nabla_\perp^2}\rho_a(z^-,\boldsymbol{x}_\perp)t^a.\end{aligned} \tag{42}$$

Primjenom:

$$\int dz^-\frac{1}{\nabla_\perp^2}\rho_a(z^-,\boldsymbol{x}_\perp)t^a = \int dz^-d^2z_\perp\frac{1}{\nabla_\perp^2}\rho_a(z^-,\boldsymbol{z}_\perp)\delta^{(2)}(\boldsymbol{x}_\perp-\boldsymbol{z}_\perp)t^a, \tag{43}$$

i nakon dodatnog sređivanja izraz [2] (42) postaje:

$$\begin{aligned}\langle U(\boldsymbol{x}_\perp)\rangle = \int[\mathcal{D}\rho]\exp\big(-Q_s^2\int d^2z_\perp[G_0(\boldsymbol{x}_\perp-\boldsymbol{z}_\perp)]^2\big)\\ \times\exp\big(-\int dz^-d^2z_\perp\frac{1}{2\mu^2}\big(\rho_a+ig^2\mu^2t_a\frac{1}{\nabla_\perp^2}\delta^{(2)}(\boldsymbol{x}_\perp-\boldsymbol{z}_\perp)\big)^2\big),\end{aligned} \tag{44}$$

$Q_s^2 = g^4 t^a t_a \int dz^- \mu^2/2$ predstavlja saturacijsku skalu, a $G_0(\boldsymbol{x}_\perp - \boldsymbol{z}_\perp)$ je dvodimenzionalni slobodni propagator. Jednadžbu (44) možemo reducirati, koristeći:

$$\frac{\partial^2}{\partial^2 \boldsymbol{x}_\perp} G_0(\boldsymbol{x}_\perp - \boldsymbol{y}_\perp) = \delta^{(2)}(\boldsymbol{x}_\perp - \boldsymbol{y}_\perp)$$
$$G_0(\boldsymbol{x}_\perp - \boldsymbol{y}_\perp) = \frac{1}{\nabla_\perp^2}\delta^{(2)}(\boldsymbol{x}_\perp - \boldsymbol{y}_\perp), \tag{45}$$

na oblik [2]:

$$\langle U(\boldsymbol{x}_\perp)\rangle = \exp\big(-Q_s^2 \int d^2 z_\perp [G_0(\boldsymbol{x}_\perp - \boldsymbol{z}_\perp)]^2\big) \tag{46}$$

Analognim postupkom za $\langle U(\boldsymbol{x}_\perp)U(\boldsymbol{y}_\perp)\rangle$ dobivamo:

$$\langle U^+(\boldsymbol{x}_\perp)U(\boldsymbol{y}_\perp)\rangle = \exp\big(-Q_s^2 \int d^2 z_\perp [G_0(\boldsymbol{x}_\perp - \boldsymbol{z}_\perp) - G_0(\boldsymbol{y}_\perp - \boldsymbol{z}_\perp)]^2\big). \tag{47}$$

U dobivene izraze moramo, budući da $\mu(z^-)$ ne ovisi o $\boldsymbol{z}_\perp$, uključiti rubne uvjete jezgre. U tu svrhu dovoljno je definirati funkciju $\mathcal{P}(\boldsymbol{x}_\perp)$, tj. transverzalni profil jezgre. Njezinu vrijednost , budući da nećemo gledati pojave na samim rubovima, možemo aproksimirati s 1 unutar, i 0 izvan jezgre. Sada izraz (46) možemo, zapisati kao:

$$\langle U(\boldsymbol{x}_\perp)\rangle = 1 - \mathcal{P}(\boldsymbol{x}_\perp) + \mathcal{P}(\boldsymbol{x}_\perp)e^{-B_1 \boldsymbol{x}_\perp}, \tag{48}$$

gdje je:

$$B_1(\boldsymbol{x}_\perp) \equiv -Q_s^2 \int d^2 z_\perp G_0(\boldsymbol{x}_\perp - \boldsymbol{z}_\perp) \sim \frac{Q_S^2}{\Lambda_{QCD}^2} \tag{49}$$

Analognim postupkom [2] dobivamo:

$$\langle U^+(\boldsymbol{x}_\perp - 1)U(\boldsymbol{y}_\perp - 1)\rangle = \mathcal{P}(\boldsymbol{x}_\perp)\mathcal{P}(\boldsymbol{y}_\perp)\big[1 + e^{-B_2(\boldsymbol{x}_\perp - \boldsymbol{y}_\perp)} - 2e^{-B_1}\big], \tag{50}$$

gdje je:

$$B_2(\boldsymbol{x}_\perp - \boldsymbol{y}_\perp) \equiv Q_s^2 \int d^2 z_\perp [G_0(\boldsymbol{x}_\perp - \boldsymbol{z}_\perp) - G_0(\boldsymbol{y}_\perp - \boldsymbol{z}_\perp)]^2$$
$$\approx \frac{Q_s^2 (x_\perp - y_\perp)^2}{4\pi} \log\Big(\frac{1}{|x_\perp - y_\perp|\Lambda_{QCD}}\Big) \tag{51}$$

Izrazi (48) i (50) su matrice N_c dimenzionalnoga prostora generatora boje t^a (faktor $t^a t_a$ u Q_s^2). Iako sumiramo po indeksima boje, rezultat ostaje matrica, što vidimo iz:

$$\sum_{a=1}^{N_c^2 - 1} t_a t^a = \frac{N_c^2 - 1}{2N_c}\boldsymbol{I}, \tag{52}$$

gdje je I $N_c \times N_c$ jedinična matrica. Prethodni izraz je ubiti skalar puta jedinična matrica. Nakon sumiranja po početnim i konačnim stanjima kvarka dobivamo faktor N_c. Nadalje, uprosječenjem po početnoj boji kvarka dobivamo N_c u nazivniku, koji se poništava s faktorom dobivenim sumiranjem po stanjima. Stoga, naše rezultate možemo gledati kao skalare u prostoru boje.

5.4 Diferencijalni udarni presjek

U računanju udarnog presjeka potrebno je kvadrirati izraz za amplitudu (36) i integrirati po izlaznim impulsima k^- i p^-. Međutim u izrazu (36) se pojavljuje $\delta(q^- + k^- - p^-)$. U udarnom presjeku, on daje problematičan član $\delta(0^-)$.
Jedan način riješavanja problema je da ulazni kvark umjesto ravnim valom, predstavimo valnim paketom:

$$|\phi_{in}\rangle \equiv \int \frac{d^3 l}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{l}_\perp}}{\sqrt{2E_l}} \phi(\boldsymbol{l})|q(\boldsymbol{l})_{in}\rangle, \tag{53}$$

gdje je $\phi(\boldsymbol{l})$ centriran oko vrijednosti p, a $\boldsymbol{b}$ je ulazni parametar.
Normalizaciju biramo da vrijedi:

$$\langle \phi_{in}|\phi_{in}\rangle = 1 \quad \text{t.j} \int \frac{d^3 \boldsymbol{l}}{(2\pi)^3} |\phi(\boldsymbol{l})|^2 = 1. \tag{54}$$

Diferencijal (po jedinici volumena u invarijantnom faznom prostoru konačnih stanja čestica) vjervatnosti interakcije između valnoga paketa i jezgre je zadan izrazom:

$$dP(b) \equiv \frac{d^3\boldsymbol{k}}{(2\pi)^3 2k_0}\frac{d^3\boldsymbol{q}}{(2\pi)^3 2q_0}|\langle q(\boldsymbol{q})\gamma(\boldsymbol{k})|\phi_{in}\rangle|^2, \tag{55}$$

i moramo integrirati preko svih mogućih vrijednosti $\boldsymbol{b}_\perp$ da dobijemo izraz za diferencijalni udarni presjek:

$$d\sigma = \int d^2\boldsymbol{b}dP(\boldsymbol{b}). \tag{56}$$

Uvrštavajući (55) u (56) dobiva se:

$$\begin{aligned} d\sigma = \frac{d^3\boldsymbol{k}}{(2\pi)^3 2k_0}\frac{d^3\boldsymbol{q}}{(2\pi)^3 2q_0}\int d^2\boldsymbol{b}\frac{d^3\boldsymbol{l}}{(2\pi)^3}\frac{d^3\boldsymbol{l}^1}{(2\pi)^3}e^{i\boldsymbol{b}\cdot(\boldsymbol{l}_\perp - \boldsymbol{l}^1_\perp)}\frac{\phi(\boldsymbol{l})}{\sqrt{2E_l}}\frac{\phi(\boldsymbol{l}^1)^*}{\sqrt{2E_l}^1} \\ \times\langle q(\boldsymbol{q})\gamma(\boldsymbol{k})_{out}|q(\boldsymbol{l})_{in}\rangle\langle q(\boldsymbol{l}^1)_{in}|q(\boldsymbol{q})\gamma(\boldsymbol{k})_{out}\rangle. \end{aligned} \tag{57}$$

Nadalje, u svrhu riješavanja problematične delta funkcije, definiramo matrični element $\mathcal{M}$ na sljedeći način:

$$\langle q(\boldsymbol{q})\gamma(\boldsymbol{k})_{out}|q(\boldsymbol{l})_{in}\rangle \equiv 2\pi\delta(l^- - q^- - k^-)\mathcal{M}(\boldsymbol{l}|\boldsymbol{qk}) \tag{58}$$

Uvrštavanjem (58) u (57) i integriranjem po $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{l}$ i $\boldsymbol{l}^1$ dobiva se izraz za diferencijalni udarni presjek:

$$d\sigma = \frac{d^3\boldsymbol{k}}{(2\pi)^3 2k_0}\frac{d^3\boldsymbol{q}}{(2\pi)^3 2q_0}\frac{1}{2p^-}|\mathcal{M}(\boldsymbol{l}|\boldsymbol{qk})|^2 2\pi\delta(p^- - q^- - k^-) \tag{59}$$

5.5 Inkluzivni udarni presjek

Budući da računamo inkluzivni udarni presjek, amplitudu prvo moramo kvadrirati i onda se radi prosjek po bojama. Dobiva se izraz:

$$|\mathcal{M}(\boldsymbol{l}|\boldsymbol{qk})|^2_{incl} = e^2\langle \mathrm{tr}(L^\dagger L)\rangle_{spin}\int d^3\boldsymbol{x}\perp d^2\boldsymbol{y}\perp e^{i(\boldsymbol{q}_\perp + \boldsymbol{k}_\perp - \boldsymbol{p}_\perp)\cdot(\boldsymbol{x}_\perp - \boldsymbol{y}_\perp)} \tag{60}$$

$$\times\mathcal{P}(\boldsymbol{x}_\perp)\mathcal{P}(\boldsymbol{y}_\perp)\left[1 + e^{-B_2(\boldsymbol{x}_\perp - \boldsymbol{y}_\perp)} - 2e^{-B_1}\right], \tag{61}$$

gdje je $\langle L^\dagger L\rangle$ dan izrazom (38). U LC koordinatama, možemo ga zapisati pomoću izlaznog impulsa p^- i frakcije z, (z=k^-/p^-):

$$\langle L^\dagger L\rangle = 8(p^-)^2(1 + (1-z)^2)\frac{1-z}{k_\perp}\frac{[\boldsymbol{q}_\perp + \boldsymbol{k}_\perp]^2}{\boldsymbol{q}_\perp + \boldsymbol{k}_\perp - \boldsymbol{k}_\perp/z}. \tag{62}$$

Pritom se, u ultrarelativističkom limesu, zanemaruje masa kvarka i pretpostavlja se da je u početnom trenutku $\boldsymbol{p}_\perp$=0.

Primjetimo, iz (49), da B_1 više ne ovisi o transverzalnim koordinatama. Stoga možemo napraviti Fourier transformaciju izraza $\mathcal{P}(\boldsymbol{x}_\perp)\mathcal{P}(\boldsymbol{y}_\perp)[1-2e^{B_1}]$. Ona će biti centrirana oko vrijednosti $\boldsymbol{q}_\perp$+$\boldsymbol{k}_\perp$-$\boldsymbol{p}_\perp$=0. Kada radijus jezgre pustimo u beskonačno, dobivamo delta funkciju:

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{P}}(\boldsymbol{p}_\perp - \boldsymbol{q}_\perp + \boldsymbol{k}_\perp)\hat{\mathcal{P}}(\boldsymbol{p}_\perp + \boldsymbol{k}_\perp - \boldsymbol{p}_\perp) &\simeq \hat{\mathcal{P}}(0)(2\pi)^2\delta(\boldsymbol{p}_\perp - \boldsymbol{q}_\perp - \boldsymbol{k}_\perp) \\ &= \pi R^2(2\pi)^2\delta(\boldsymbol{p}_\perp - \boldsymbol{q}_\perp - \boldsymbol{k}_\perp) \end{aligned} \tag{63}$$

$$\hat{\mathcal{P}}(0) = \int d^2x_\perp\mathcal{P}(x_\perp)e^{-i0_\perp\cdot\boldsymbol{x}_\perp} = \pi R^2 \tag{64}$$

Nadalje, iz (60), vidimo da je spinski dio proporcionalan s $[\boldsymbol{q}_\perp + \boldsymbol{k}_\perp]^2$. S početnim uvjetom $\boldsymbol{p}_\perp$=0 i pomnožen s delta funkcijom iz (63), član $\mathcal{P}(\boldsymbol{x}_\perp)\mathcal{P}(\boldsymbol{y}_\perp)[1-2e^{B_1}]$ postaje jednak nuli.
Ostaje nam:

$$|\mathcal{M}(\boldsymbol{l}|\boldsymbol{qk})|^2_{incl} = e^2\langle \mathrm{tr}(L^\dagger L)\rangle_{spin}\int d^3\boldsymbol{x}\perp d^2\boldsymbol{y}\perp e^{i(\boldsymbol{q}_\perp + \boldsymbol{k}_\perp - \boldsymbol{p}_\perp)\cdot(\boldsymbol{x}_\perp - \boldsymbol{y}_\perp)} \tag{65}$$

$$\times\mathcal{P}(\boldsymbol{x}_\perp)\mathcal{P}(\boldsymbol{y}_\perp)e^{-B_2(\boldsymbol{x}_\perp - \boldsymbol{y}_\perp)}. \tag{66}$$

Primjetimo da, iz (51), $e^{-B_2(\boldsymbol{x}_\perp - \boldsymbol{y}_\perp)}$ daje najveći doprinos kada je $\boldsymbol{x}_\perp$ jako blizu $\boldsymbol{y}_\perp$. Stoga, dok vrijedi R^{-1}≪Λ_{QCD}≪Q_s i dok zanemarujemo rubne efekte jezge, možemo pisati:

$$\mathcal{P}(\boldsymbol{x}_\perp)\mathcal{P}(\boldsymbol{y}_\perp) \approx \mathcal{P}^2(\boldsymbol{x}_\perp) \approx \mathcal{P}(\boldsymbol{x}_\perp). \tag{67}$$

Nadalje, promjenom varijabli amplituda postaje:

$$|\mathcal{M}(\boldsymbol{l}|\boldsymbol{qk})|^2 = e^2 \langle \mathrm{tr}(L^\dagger L)\rangle \int d^2 v_\perp \mathcal{P}(\boldsymbol{v}_\perp) \tag{68}$$

$$\times \int d^2 w_\perp e^{-i(\boldsymbol{q}_\perp + \boldsymbol{k}_\perp - \boldsymbol{p}_\perp)\cdot \boldsymbol{w}_\perp} e^{-B_2(\boldsymbol{w}_\perp)} \tag{69}$$

$$= e^2 \langle \mathrm{tr}(L^\dagger L)\rangle \pi R^2 C(\boldsymbol{p}_\perp - \boldsymbol{q}_\perp - \boldsymbol{k}_\perp), \tag{70}$$

gdje smo označili korelator:

$$C(\boldsymbol{l}_\perp) = \int d^2 l_\perp e^{-i\boldsymbol{l}_\perp \cdot x_\perp} e^{-B_2(x_\perp)} \tag{71}$$

Sada izraz za kvadrat amplitude ubacimo u (59) i dobijemo formulu za inkluzivni udarni presjek:

$$d\sigma_{incl} = \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2k_0} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 2q_0} \frac{e^2 \pi R^2}{2p^-} \langle \mathrm{tr}(L^\dagger L)\rangle$$
$$\times (2\pi)\delta(p^- - q^- - k^-) C(\boldsymbol{p}_\perp - \boldsymbol{q}_\perp - \boldsymbol{k}_\perp). \tag{72}$$

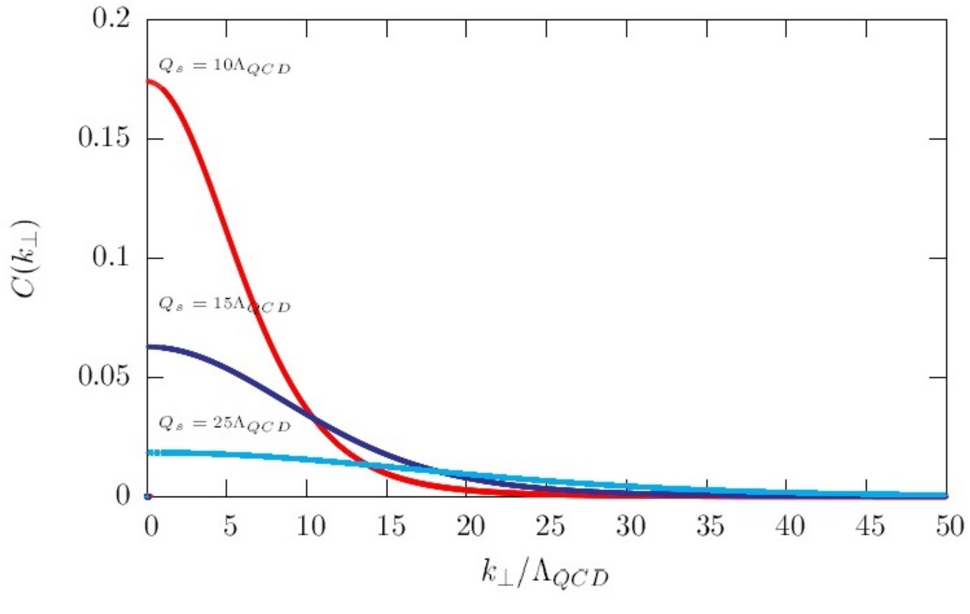
Komplikacija kod integracije pojavljuje se zbog kolinearnih singulariteta. Oni se pojavljuju kada je emitirani foton paralelan s izlaznim kvarkom. Radi konvencije uvodimo zamjenu $\boldsymbol{l}_\perp \equiv \boldsymbol{q}_\perp + \boldsymbol{k}_\perp$ i dobivamo:

$$\frac{1}{\pi R^2} \frac{d\sigma_{incl}}{d^2 \boldsymbol{k}_\perp} = \frac{e^2}{(2\pi)^5 \boldsymbol{k}_\perp^2} \int_{z_{min}}^1 dz P_{q\to q\gamma}(z) \int d^2 l_\perp \frac{l_\perp C(\boldsymbol{l}_\perp)}{[\boldsymbol{l}_\perp - \boldsymbol{k}_\perp/z]^2} \tag{73}$$

gdje je sa $P_{q\to q\gamma}(z)$ fotonska splitting funkcija u vodećem redu definirana kao [10]:

$$P_{q\to q\gamma}(z) = \frac{1 + (1-z)^2}{z} \tag{74}$$

C($\boldsymbol{l}_\perp$), na velikim vrijednostima $\boldsymbol{l}_\perp$ se ponaša kao $1/\boldsymbol{l}_\perp^4$. To osigurava konvergenciju integrala na velikim prijenosima impulsa. C($\boldsymbol{l}_\perp$) je i jedini objekt koji ovisi o strukturi bojnih izvora. Drugim riječima to je jedini član koji je osjetljiv na staturacijske efekte. Na slici (7) možemo vidjeti njegovo ponašanje u odnosu na različite saturacijske skale. Vidimo i modifikacije zbog saturacije, za transverzalni impuls manji od Q_s.



Slika 7: Osjetljivost korelatora na različite saturacijske skale. Q_s/Λ_{QCD}=10,15,25

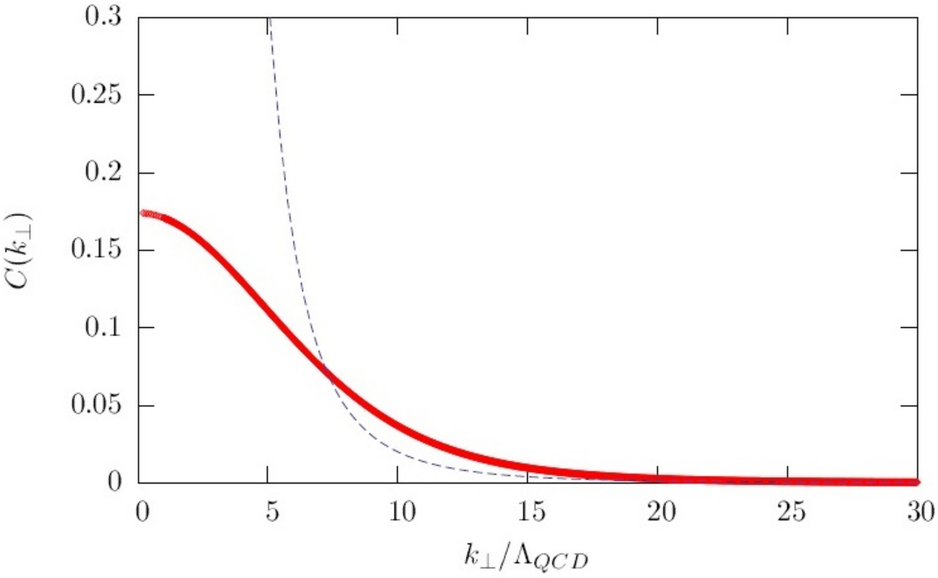
Promotrimo perturbativnu granicu, tj. režim u kojem je impuls $\boldsymbol{l}_\perp$ veliki u odnosu na saturacijski impuls Q_s^2. U toj granici, prikazanoj na slici (8), imamo [4]:

$$C(\boldsymbol{l}_\perp) \approx \frac{2Q_s^2}{\boldsymbol{l}_\perp^4}. \tag{75}$$

Koristeći taj rezultat dobiva se:

$$\frac{d\sigma_{pert.}}{d^2 \boldsymbol{k}_\perp} \propto \frac{N_h}{\boldsymbol{k}_\perp^2} \int_{z_{min}}^1 dz P_{q\to q\gamma}(z) \int \frac{d^2 \boldsymbol{l}_\perp}{\boldsymbol{l}_\perp^2 [\boldsymbol{l}_\perp - \boldsymbol{k}_\perp/z]^2}, \tag{76}$$

gdje je $N_h \equiv \pi R^2 \int dz^- \mu^2(z^-)$ ukupan broj bojnih izvora u jezgri meti. Ovaj izraz možemo prepoznati kao bremsstrahlung proces, u kojem se kvark raspršuje na partonu unutar jezgre s izmjenom gluona u t-kanalu.



Slika 8: Korelator(puna linija) i njegova asimptotska granica (crtkana linija) Q_s/Λ_{QCD}=20

6 Zaključak

Ukratko je predstavljena teorija staklastog kondenzata boje. Ona opisuje oblik materije koji se pojavljuje u visokoenergijskim hadron-hadron sudarima i u duboko neelastičnom raspršenju. Pod pretpostavkom da velike gluonske gustoće odgovaraju jakim klasičnim poljima, riješila se klasična Yang-Millsova jednadžba s odgovarajućim izvorom. Nadalje, nađen je izraz za fermionski propagator u tom polju.
Zatim smo izračunali udarni presjek za produkciju fotona u pA sudarima. Pritom smo jezgru opisali staklastim kondenzatom boje, dok za proton nema takve pretpostavke. Pokazali smo da bremsstrahlung dijagrami postaju dominantni od Drell-Yan procesa i od procesa $q\bar{q} \rightarrow g\,\gamma$. Uzrok tome je prisutnost jakog bojnog polja jezgre $O(1/g)$. Na kraju pokazali smo da udarni presjek procesa ovisi o efektima saturacije.

Literatura

[1] Javier L Albacete and Cyrille Marquet. Gluon saturation and initial conditions for relativistic heavy ion collisions. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 76:1–42, 2014.

[2] Kenji Fukushima and Yoshimasa Hidaka. Light projectile scattering off the color glass condensate. *Journal of High Energy Physics*, 2007(06):040, 2007.

[3] Francois Gelis, Edmond Iancu, Jamal Jalilian-Marian, and Raju Venugopalan. The color glass condensate. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 60:463–489, 2010.

[4] François Gelis and A Peshier. Probing colored glass via qq photoproduction. *Nuclear Physics A*, 697(3-4):879–901, 2002.

[5] Jamal Jalilian-Marian, Alex Kovner, Andrei Leonidov, and Heribert Weigert. The bfkl equation from the wilson renormalization group. *Nuclear Physics B*, 504(1-2):415–431, 1997.

[6] Alex Kovner and Urs Achim Wiedemann. Eikonal evolution and gluon radiation. *Physical Review D*, 64(11):114002, 2001.

[7] Alan D Martin. Proton structure, partons, qcd, dglap and beyond. *arXiv preprint arXiv:0802.0161*, 2008.

[8] Larry McLerran. The color glass condensate and small-x physics. In *Lectures on Quark Matter*, pages 291–334. Springer, 2002.

[9] Larry McLerran and Raju Venugopalan. Fock space distributions, structure functions, higher twists, and small x. *Physical Review D*, 59(9):094002, 1999.

[10] Michael E Peskin. *An introduction to quantum field theory.* CRC press, 2018.