PRAKTIKUM IZ OSNOVA ELEKTRONIKE
PROF. SMJEROVI

Vježba 3.

OBLIKOVANJE IMPULSA

ZADACI

1. Oblikovanje impulsa (CR krug za deriviranje i RC krug za integriranje)

a) Ostvarite pomoću kondenzatorske i otporne dekade **CR krug za deriviranje**, te na njega dovedite ulazne pravokutne impulse frekvencije $10\,\mathrm{kHz}$ i amplitude $5\,\mathrm{V}$. Snimite izlazne impulse za razne vrijednosti R i C. Izaberite takve vrijednosti vremenske konstante (u odnosu na period ulaznih impulsa) da je postignut dobar, loš i granični rad ovog sklopa. Snimite ulazne i izlazne signale. Koji uvjet mora biti zadovoljen za dobar rad ovog sklopa za deriviranje? Kakva je pri tom amplituda izlaznih signala prema amplitudi ulaznih?

b) Ostvarite pomoću otporne i kondenzatorske dekade **RC krug za integriranje**, te na njega dovedite ulazne pravokutne impulse frekvencije i amplitude kao u (a). Snimite izlazne impulse za razne vrijednosti R i C. Izaberite takve vrijednosti vremenske konstante (u odnosu na period ulaznih impulsa) da je postignut dobar, loš i granični rad ovog sklopa. Snimite ulazne i izlazne signale. Koji uvjet mora biti zadovoljen za dobar rad ovog sklopa za integriranje? Kakva je pri tom amplituda izlaznih signala prema amplitudi ulaznih?

2. Filteri s pasivnim elementima

a) Pomoću kondenzatorske i otporne dekade ostvarite **niskopropusni filter** s vrijednostima $R = 500\,\Omega$ i $C = 1\,\mu\mathrm{F}$. Na ulaz filtera dovedite sinusoidalne impulse amplitude $2.5\,\mathrm{V}$. Izmjerite pomoću osciloskopa frekventnu karakteristiku filtera i iz dobivenih podataka odredite njegovu gornju graničnu frekvenciju. Diskutirajte rezultat.

b) Pomoću kondenzatorske i otporne dekade ostvarite **visokopropusni filter** s vrijednostima $R = 200\,\Omega$ i $C = 1\,\mu\mathrm{F}$. Na ulaz filtera dovedite sinusoidalne impulse amplitude $2.5\,\mathrm{V}$. Izmjerite pomoću osciloskopa frekventnu karakteristiku filtera i iz dobivenih podataka odredite njegovu donju graničnu frekvenciju. Diskutirajte rezultat.

1. PROMJENA OBLIKA VALA POMOĆU LINEARNIH SKLOPOVA

U elektroničkim uređajima često su potrebni i drugi oblici valova osim sinusnih, kao npr. pravokutni, pilasti i sl. Ti se oblici valova mogu dobiti ili da se pođe od nekog drugog oblika, kojemu se onda pomoću nekog sklopa sa ili bez aktivnih elemenata (tranzistori, operaciona pojačala) promijeni oblik, ili da se takav oblik vala direktno generira pomoću nekog elektroničkog uređaja. Sklopovi za promjenu oblika vala ili njegovo oblikovanje, u kojima nema aktivnih elemenata su, u principu, linearni sklopovi, sastavljeni od linearnih elemenata. Osnovno je svojstvo linearnih sklopova proporcionalnost između struje i napona u bilo kojoj grani sklopa. Ako takav sklop ima dvije ulazne i dvije izlazne stezaljke, onda će povećanje ulaznog napona prouzrokovati proporcionalno povećanje izlaznog napona. Nadalje, linearni sklop ima svojstvo da sinusni oblik vala propušta neizobličeno, no to je ujedno i jedini oblik vala koji ima to svojstvo. Linearni sklopovi pokazuju ovisnost o frekvenciji, jer su u općem slučaju sastavljeni od otpora, kapaciteta i induktiviteta. Zbog te ovisnosti o frekvenciji dolazi do promjene oblika bilo kojeg drugog vala osim sinusnog jer se sklop ne ponaša jednako za sve komponente spektra kojima se taj val može predočiti.

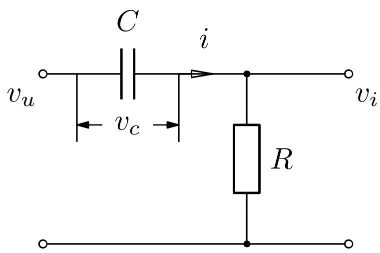
Frekventna karakteristika nekog linearnog sklopa pruža prvu mogućnost za određivanje utjecaja sklopa na neki val nesinusnog oblika. Budući da se svaki val, periodičnog ili neperiodičnog karaktera, može predočiti spektrom sinusnih titraja, u principu je moguće odrediti kako sklop djeluje na pojedine komponente spektra i tako sastaviti rezultirajući val na izlaznim stezaljkama sklopa. Taj je posao olakšan činjenicom da prema višim frekvencijama spektra amplitude komponenata opadaju, pa se zbog toga promatranje može ograničiti na bitni dio spektra konačne širine. Drugu mogućnost za analizu sklopa predstavlja rješavanje sustava diferencijalnih jednadžbi dobivenih za sklop, ako se za pojedine elemente sklopa postave relacije (redom za otpor, zavojnicu i kondenzator):

$$v_R = iR\,, \qquad v_L = L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\,, \qquad v_C = \frac{1}{C}\int i\,\mathrm{d}t\,, \tag{1}$$

Kao metoda za rješavanje takvog sustava jednadžbi često se može iskoristiti Laplaceova transformacija, naročito ako se radi o skokovitim promjenama napona.

Rješavanjem diferencijalnih jednadžbi dobivaju se konačni izrazi za napone i struje u sklopu, pa tako i za oblik vala napona na izlaznim stezaljkama sklopa.

1.1 CR krug za deriviranje



Slika 1.

Jedan od temeljnih linearnih krugova za promjenu oblika vala je krug sastavljen od serijski spojenog kondenzatora i paralelno spojenog otpora (sl.1). Ako se na ulazne stezaljke sklopa priključi sinusni napon promjenjive frekvencije, s porastom frekvencije rast će i izlazni napon zbog sve manjeg pada napona na serijski spojenom kondenzatoru. U analogiji s pojačalom i ovdje se uvodi pojam frekventne i fazne karakteristike, kao i pojam pojačanja, makar je po apsolutnoj vrijednosti pojačanje uvijek manje od 1, jer je krug sastavljen od pasivnih elemenata. Frekventna i fazna karakteristika mogu se lako odrediti jer je pojačanje A jednako:

$$A = \frac{v_i}{v_u} = \frac{R}{R - j\,\dfrac{1}{\omega C}} = \frac{1}{1 - j\,\dfrac{1}{\omega RC}} = \frac{1}{1 - j\,\dfrac{f_1}{f}}\,, \quad |A| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f_1/f)^2}}\,, \tag{2}$$

gdje je $f_1 = 1/2\pi RC$ frekvencija pola snage. Ovakav krug određuje ponašanje RC pojačala u području niskih frekvencija, tako da se iz djelovanja tog kruga na neki val nesinusnog oblika može djelomice zaključiti i djelovanje RC pojačala na taj val, odnosno na dio ekvivalentnog spektra vala prema nižim frekvencijama.

Ako se na ulazne stezaljke CR kruga u trenutku $t = 0$ priključi napon V_0 (matematički je izraz za napon na ulaznim stezaljkama jedinična funkcija pomnožena s V_0), diferencijalna jednadžba za krug za $t > 0$ glasit će:

$$v_0 = iR + v_C = R\,\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + v_C = RC\,\frac{\mathrm{d}v_C}{\mathrm{d}t} + v_C\,. \tag{3}$$

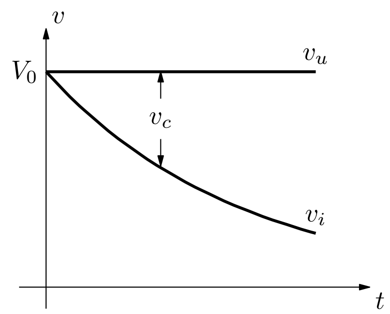
Rješenje te diferencijalne jednadžbe je, uz početni uvjet $v_C = 0$ za $t = 0$:

$$v_C = V_0 \left(1 - e^{-t/RC}\right) , \tag{4}$$

odnosno

$$v_i = V_0 - v_C = V_0 \, e^{-t/RC} . \tag{5}$$

U trenutku $t = 0$ dolazi do nagle promjene napona na ulaznim stezaljkama; ta se promjena čitava prenosi na izlazne stezaljke (sl.2) jer se kondenzatoru u beskonačno kratkom intervalu, tijekom kojeg dolazi do promjene na ulazu, napon može promijeniti samo za beskonačno malen iznos.



Slika 2.

Za pravokutni impuls može se smatrati da je nastao superpozicijom dviju naglih promjena napona na ulazu, i to u trenutku $t = 0$ od vrijednosti 0 na vrijednost V_0, a u $t = T$ od vrijednosti V_0 na vrijednost 0. Napon na izlazu u intervalu od 0 do T opada po zakonu:

$$v_{i1} = V_0 \, e^{-t/RC} , \qquad 0 < t < T . \tag{6}$$

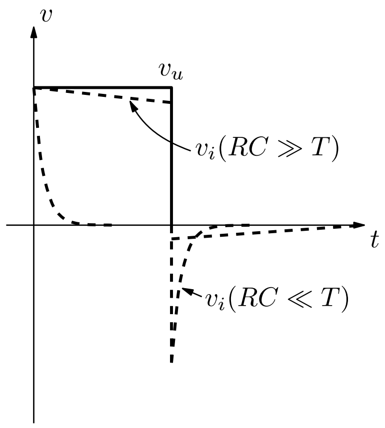
Tome se naponu u trenutku $t = T$ superponira nagli skok za $-V_0$, koji će sa svoje strane prouzročiti komponentu napona na izlazu:

$$v_{i2} = -V_0 \, e^{-(t-T)/RC} , \qquad t > T . \tag{7}$$

Ukupni izlazni napon za $t > T$ bit će (sl.3)

$$v_i = V_0 \, e^{-(t-T)/RC} (e^{-T/RC} - 1) \tag{8}$$

Član u zagradi je negativan, pa izlazni napon raste eksponencijalno prema nuli. Prolazom kroz CR krug dolazi do promjene oblika vala. Vrh impulsa je nagnut, a



Slika 3.

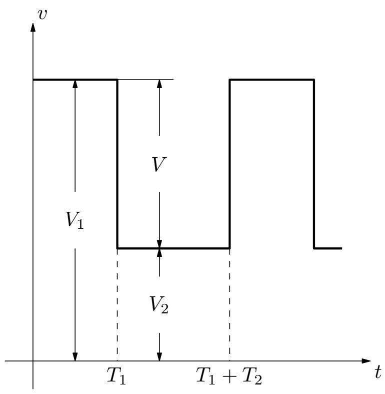
postoji i dio ispod osi. Što je vremenska RC konstanta veća, to će vrh impulsa biti položeniji i razlika prema ulaznom impulsu će biti manja; ujedno će i dio ispod osi biti manje izražen. Uspoređujući izraz za pojačanje $A = A(f)$ izveden ranije za ovaj krug s ovim rezultatom, vidi se da bolja reprodukcija niskih frekvencija odgovara boljoj reprodukciji ravnog vrha impulsa. Površina dijela izlaznog impulsa iznad osi mora biti jednaka površini dijela ispod osi, jer se preko kondenzatora ne prenose istosmjerne komponente. Budući da je za $t \to \infty$ kondenzator u istom stanju kao i za $t < 0$, količina naboja (koja je jednaka integralu struje) koja prođe kroz otpor mora biti jednaka nuli.

Ako je vremenska RC konstanta vrlo malena u usporedbi s trajanjem impulsa T, od svake nagle promjene napona na ulazu dobit će se oštar izlazni impuls, pozitivan ili negativan već prema tome u kojem je smjeru promjena napona na ulazu (sl.3, crtkano).

Kakva će biti reprodukcija pravokutnog vala može se odrediti pomoću maloprije dobivenih rezultata. Po definiciji je pravokutni val napon kojemu se vrijednost periodički mijenja od vrijednosti V_1 na vrijednost V_2 i natrag, te može biti simetričan ili nesimetričan (sl.4). Izlazni napon mora zadovoljiti tri uvjeta:

1. Prosječna vrijednost mora biti jednaka nuli.

2. Promjeni ulaznog napona skokom za vrijednost V u bilo kojem smjeru odgovara i promjena izlaznog vala skokom za tu istu vrijednost (jer napon na kondenzatoru ne može slijediti brze promjene).



Slika 4.

3. U intervalima između promjena napona skokom izlazni napon se eksponencijalno približava nuli.

U skladu s tim uvjetima može se odrediti izraz za izlazni napon tijekom prvog perioda, jer je

$$V' e^{-T_1/RC} + V'' = V\,, \qquad V'' e^{-T_2/RC} + V' = V\,, \tag{9}$$

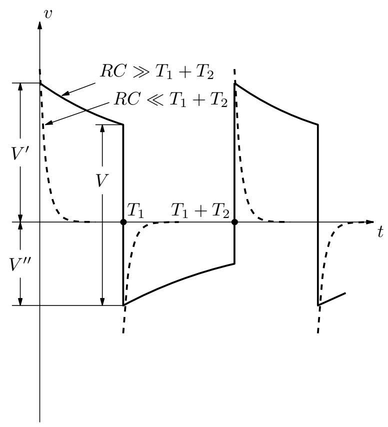
tako da je

$$v_i = V' e^{-t/RC} = V\,\frac{1 - e^{-T_2/RC}}{1 - e^{-(T_1+T_2)/RC}} e^{-t/RC}\,, \quad 0 < t < T_1\,, \tag{10}$$

$$v_i = -V'' e^{-(t-T_1)/RC} = -V\,\frac{1 - e^{-T_1/RC}}{1 - e^{-(T_1+T_2)/RC}} e^{-(t-T_1)/RC}\,, \quad T_1 < t < T_1 + T_2. \tag{11}$$

Na sl.5 prikazan je oblik izlaznog napona za dvije vrijednosti vremenske RC konstante, jednom za $RC \gg T_1 + T_2$, drugi put za $RC \ll T_1 + T_2$. Vidi se da reprodukciju određuje međusobni odnos veličine vremenske RC konstante i perioda pravokutnog vala $T_1 + T_2$.

Pravokutni val uvijek predstavlja idealni oblik vala kojemu se realno ostvarivi oblici mogu samo približiti. Vrijeme porasta, odnosno pada napona za koje je do sada bilo pretpostavljeno da je beskonačno kratko, u realnosti će uvijek imati neku konačnu vrijednost. Impuls, odnosno val s konačnim vremenom porasta i pada može se u intervalu naglih promjena dobro predočiti eksponencijalnom



Slika 5.

funkcijom; ta bi funkcija za početni dio impulsa ili vala, koji zamjenjuje promjenu skokom, bila:

$$v_u = V\left(1 - e^{-t/\tau}\right). \tag{12}$$

Rješenje diferencijalne jednadžbe za krug, u koju umjesto V_0 treba uvrstiti $v_u = V\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$, sada ima ovaj oblik:

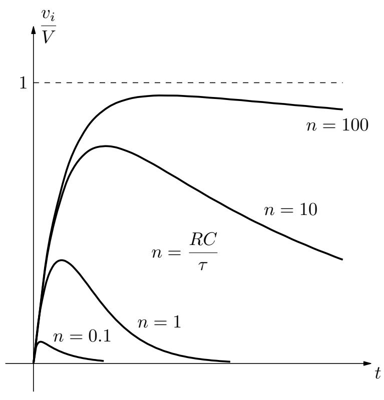
$$\begin{aligned} v_i &= V\,\frac{n}{n-1}\left(e^{-t/n\tau} - e^{-t/\tau}\right), \quad & n &= \frac{RC}{\tau} \neq 1 \\ v_i &= V\,\frac{t}{\tau}\,e^{-t/\tau}, & n &= \frac{RC}{\tau} = 1 \end{aligned} \tag{13}$$

Na sl.6 prikazan je oblik napona na izlazu za nekoliko vrijednosti omjera n. Za razliku od reprodukcije idealnih pravokutnih impulsa ovdje dolazi do smanjenja amplitude čim vremenska RC konstanta nije mnogo veća od konstante τ, koja određuje brzinu porasta ulaznog napona. Ova pojava zorno se može objasniti time što zbog djelovanja CR kruga dolazi do opadanja izlaznog napona prije nego što je ulazni napon praktički dosegao vrijednost V. Kada je ulazni napon pravokutni val, onda se promjene dešavaju skokom, pa se za vrijeme tih promjena ne može očitavati djelovanje CR kruga.

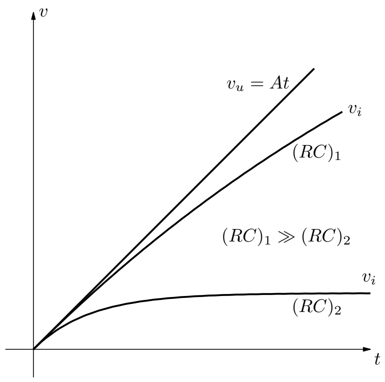
Napon vremenske baze, koji služi za pomicanje snopa elektrona jednolikom brzinom u katodnoj cijevi (u horizontalnom smjeru), u najjednostavnijem slučaju određen je izrazom:

$$v(t) = At\,, \qquad 0 \le t < T\,. \tag{14}$$

U trenutku T napon naglo pada na nulu i zatim ponovno počinje rasti po li-



Slika 6.



Slika 7.

nearnom zakonu. Može se postaviti pitanje: kakva će biti reprodukcija ulaznog napona $v(t) = At$ krugom CR prema sl.1? Rješenje osnovne diferencijalne jednadžbe kruga, nakon uvrštavanja $v(t) = At$ glasi:

$$v_i = A \times RC \left(1 - e^{-t/RC}\right). \tag{15}$$

Na sl.7 prikazani su odgovarajući oblici vala. U početnom dijelu izlazni napon se malo razlikuje od ulaznog jer je za $t = 0$ brzina porasta i ulaznog i izlaznog napona jednaka. Kako ulazni napon raste, tako i odstupanje izlaznog napona od ulaznog postaje sve veće i za vrlo velike vrijednosti t izlazni napon konvergira prema vrijednosti $A \times RC$.

Iz ovih se razmatranja vidi da CR krug to više mijenja oblik vala što je vremenska konstanta RC manja. To ujedno znači i da će izlazni napon biti mnogo manji od ulaznog, ako je RC malena. Prema tome, struja u CR krugu uglavnom će biti određena kapacitivnim otporom kondenzatora:

$$i \approx C \, \frac{\mathrm{d}v_{ul}}{\mathrm{d}t} \,, \tag{16}$$

a izlazni je napon

$$v_i = iR \approx RC \, \frac{\mathrm{d}v_{ul}}{\mathrm{d}t} \,, \tag{17}$$

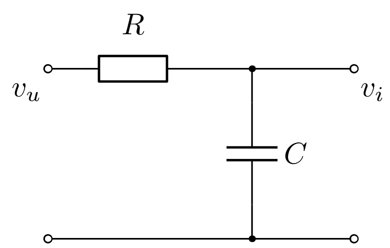
tj. približno proporcionalan derivaciji ulaznog napona. Da bi za neki val ovaj krug djelovao kao krug za deriviranje, spomenuta pretpostavka $(v_i \ll v_{ul})$ mora biti ispunjena za sve frekvencije spektra kojima je taj val predočen. Kako kapacitivni otpor opada s frekvencijom, navedena pretpostavka mora biti ispunjena za najvišu frekvenciju koja još dolazi u obzir, tj.:

$$\frac{1}{\omega_{\max} C} \gg R \,, \quad \text{ili} \quad RC \ll \frac{1}{\omega_{\max}} = \frac{1}{2\pi f_{\max}} = \frac{T_{\min}}{2\pi} \,. \tag{18}$$

Što su promjene ulaznog vala brže to će krug slabije djelovati kao krug za deriviranje, jer bržim promjenama odgovaraju više frekvencije spektra. To naročito dolazi do izražaja kod reprodukcije pravokutnog vala, gdje se nagle promjene napona prenose direktno na izlaz $(v_i \approx v_{ul})$.

1.2 RC krug za integriranje

Zamjenom mjesta elemenata sklopa za deriviranje dobiva se sklop za integriranje (sl.8) sastavljen od serijski spojenog otpora i paralelno spojenog kondenzatora. Ako se na ulazne stezaljke kruga priključi sinusni napon promjenjive frekvencije, s porastom frekvencije opadat će izlazni napon jer kapacitivni otpor kondenzatora postaje sve manji u usporedbi s omskim otporom R. Izraz za pojačanje kruga



Slika 8.

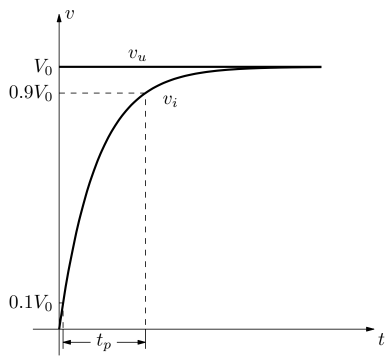
glasi:

$$A = \frac{v_i}{v_u} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\,\frac{f}{f_2}}\,, \qquad |A| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_2)^2}}\,, \tag{19}$$

gdje je $f_2 = 1/2\pi RC$ frekvencija pola snage. Ovakav krug određuje ponašanje RC pojačala u području visokih frekvencija, tako da se iz djelovanja tog kruga na neki val nesinusnog oblika može djelomično zaključiti i djelovanje RC pojačala na taj val, odnosno na dio ekvivalentnog spektra vala prema višim frekvencijama.

Za krug za integriranje vrijedi ista diferencijalna jednadžba kao i za krug za deriviranje, samo što se sada kao rješenje traži napon na kondenzatoru v_C. Ako se u trenutku $t = 0$ na ulazne stezaljke priključi napon V_0 i ako je u tom trenutku kondenzator bio nenabijen, izlazni napon bit će:

$$v_i = v_C = V_0\left(1 - e^{-t/RC}\right)\ . \tag{20}$$



Slika 9.

Na sl.9 prikazani su odgovarajući oblici vala. Da bi izlazni napon narastao do $0.1V_0$, odnosno do $0.9V_0$, treba proći vrijeme t_1, odnosno t_2, prema relacijama

$$0.1 = 1 - e^{-t_1/RC}\,, \qquad 0.9 = 1 - e^{-t_2/RC}\,, \tag{21}$$

što približno daje:

$$t_1 \approx 0.1RC\,, \qquad t_2 \approx 2.3RC\,. \tag{22}$$

Razlika $t_2 - t_1$ općenito se naziva vremenom porasta impulsa (analogno se može definirati vrijeme pada impulsa). Kad se radi o reprodukciji ulaznog napona V_0 priključenog u trenutku $t = 0$, onda će vrijeme porasta izlaznog napona biti

$$t_p = t_2 - t_1 \approx 2.2RC\,. \tag{23}$$

Vrijeme porasta t_p pokazuje kako krug reagira na promjene napona skokom. Međutim, vremenska RC konstanta određuje ne samo vrijeme porasta, nego i frekvenciju pola snage f_2 pa će zbog toga i t_p i f_2 biti povezani:

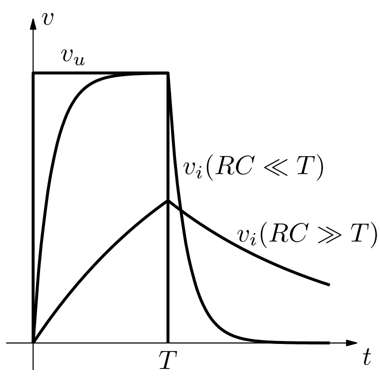
$$t_p = 2.2RC = 2.2\,\frac{1}{2\pi f_2} \approx \frac{0.35}{f_2}\,. \tag{24}$$

Ta relacija naravno vrijedi i za RC pojačalo. Ako se više stupnjeva za pojačanje ili više krugova za integriranje spaja u kaskadu, dolazi do pogoršanja frekventne karakteristike (f_2 se smanjuje), što znači do će vrijeme porasta t_p biti veće. Kao gruba aproksimacija za vrijeme porasta čitave kaskade t_{pk} može se uzeti izraz:

$$t_{pk} = \sqrt{t_{p1}^2 + t_{p2}^2 + \cdots}\,. \tag{25}$$

Pogreška je manja ako je broj stupnjeva veći. Ako su krugovi jednaki, točan izraz za ukupno vrijeme porasta može se odrediti pomoću gornje frekvencije pola snage kaskadno spojenih RC pojačala.

Oblik vala izlaznog napona, kad je na ulaz priključen impuls pravokutnog oblika, može se dobiti primjenom zakona superpozicije, jer je krug sastavljen samo od linearnih elemenata. Izlazni napon u intervalu od 0 do T (sl.10) jednak



Slika 10.

je:

$$v_{i1} = V_0 \left(1 - e^{-t/RC}\right) \,, \qquad 0 < t < T \,. \tag{26}$$

Tome se naponu u trenutku $t = T$ superponira druga komponenta:

$$v_{i2} = -V_0 \left(1 - e^{-(t-T)/RC}\right) \,, \qquad t > T \,, \tag{27}$$

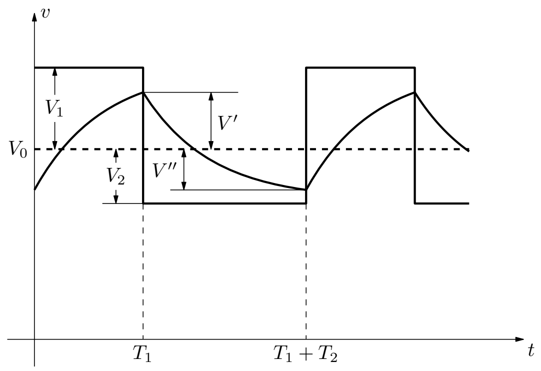
tako da je ukupni izlazni napon za $t > T$ jednak:

$$v_i = V_0 \left(e^{T/RC} - 1\right) e^{-t/RC} = V_0 \left(1 - e^{-T/RC}\right) e^{-(t-T)/RC} \,, \qquad t > T \,. \tag{28}$$

Isti izraz odgovara izbijanju kondenzatora kroz otpor od početne vrijednosti napona na kondenzatoru u trenutku $t = T$:

$$v_C(T) = V_0 \left(1 - e^{-T/RC}\right) \,. \tag{29}$$

Prolazom kroz RC krug dolazi do promjene oblika vala. Što je vremenska konstanta manja, to će izlazni napon moći brže slijediti promjene ulaznog napona, pa će i reprodukcija biti točnija. To je u skladu s izrazom za frekventnu karakteristiku kruga, prema kojem manjoj vrijednosti vremenske konstante odgovara viša frekvencija pola snage f_2, što znači i bolja reprodukcija viših frekvencija.



Slika 11.

U slučaju reprodukcije pravokutnog vala (sl.11) krugom za integriranje svojstva izlaznog napona određena su pomoću nekoliko uvjeta koje izlazni napon mora zadovoljiti. To su:

- Prosječna vrijednost ulaznog vala u stacionarnom stanju jednaka je prosječnoj vrijednosti izlaznog vala jer se istosmjerne komponente prenose preko otpora R.

- Skokovitim promjenama ulaznog napona odgovara diskontinuitet derivacije izlaznog napona, dok je sam izlazni napon kontinuirana funkcija.
- U intervalima između naglih promjena ulaznog napona izlazni se napon eksponencijalno približava vrijednosti ulaznog napona.

Ovaj se slučaj može promatrati kao da je prosječna vrijednost V_0 jednaka nuli jer se u stacionarnom stanju V_0 dodaje izlaznom valu. U intervalu $0 < t < T_1$ eksponencijalni zakon za porast izlaznog napona je:

$$v_i = V_1 - (V_1 - V'')e^{-t/RC}\,, \qquad 0 < t < T_1\,, \tag{30}$$

jer je $v_i(0) = V''$, a $v_1(\infty) = V_1$. Za eksponencijalni pad izlaznog napona u intervalu $T_1 < t < T_1 + T_2$ vrijedi zakon:

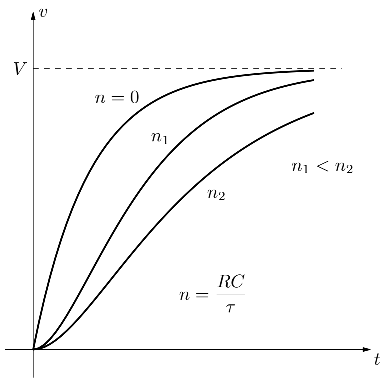
$$v_i = V_2 - (V_2 - V')e^{-(t-T_1)/RC}\,, \qquad T_1 < t < T_1 + T_2\,, \tag{31}$$

jer je $v_i(T_1) = V'$, a $v_i(\infty) = V_2$. Kao nepoznate veličine u ta dva izraza ulaze V' i V'', no budući da je $v_i(T_1) = V'$ i $v_i(T_1 + T_2) = V''$, tako dobivene dvije jednadžbe za V' i V'' mogu se lako razriješiti.

Ako je ulazni napon eksponencijalnog oblika:

$$v_u = V\left(1 - e^{-t/\tau}\right)\,, \tag{32}$$

točan oblik vala izlaznog napona može se odrediti pomoću već poznatog rješenja za krug za deriviranje jer je napon na kondenzatoru jednak razlici ulaznog napona



Slika 12.

i već poznatog napona na otporu, tj.

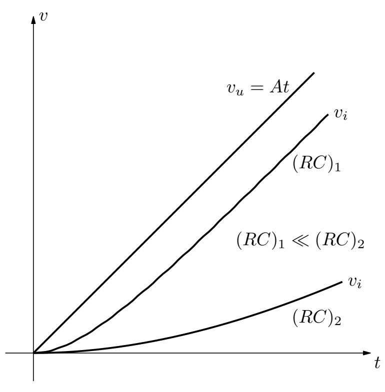
$$
\begin{aligned}
v_i &= V\left(1 + \frac{1}{n-1}\,e^{-t/\tau} - \frac{n}{n-1}\,e^{-t/RC}\right)\,, \quad & n = \frac{RC}{\tau} \neq 1\,, \\
v_i &= V\left[1 - \left(1 + \frac{t}{\tau}\right)e^{-t/\tau}\right]\,, & n = \frac{RC}{\tau} = 1\,.
\end{aligned} \tag{33}
$$

Odgovarajući oblici vala prikazani su na sl.12 za nekoliko vrijednosti omjera n. Ulazni napon eksponencijalnog karaktera može se također smatrati izlaznim naponom nekog drugog kruga za integriranje, kojemu je na ulaz u $t = 0$ bio priključen napon V. Time se ovaj slučaj svodi zapravo na reprodukciju promjene ulaznog napona skokom, ali preko dva u seriju spojena kruga za integriranje. Prvi od ta dva kruga uvodi eksponencijalni porast s vremenskom konstantom τ, dok je za djelovanje drugog važna njegova vremenska konstanta RC. Vrijeme porasta izlaznog napona prema sl.12 može se odrediti na malo prije spomenuti način za serijski spojene krugove za integriranje.

Reprodukcija napona $v_u = At$ pomoću kruga za integriranje može se promatrati na isti način kao i reprodukcija eksponencijalnog vala. Izlazni napon je jednak

$$v_i = A(t - RC) + A \times RCe^{-t/RC}\,, \tag{34}$$

a grafički je predočen razlikom $v_u - v_i$ prema sl.7. Na sl.13 prikazani su odgovarajući oblici vala. Ako je vremenska konstanta kruga RC malena, razlika u obliku ulaznog i izlaznog vala će postojati samo u početku krivulja, dok će kasnije postojati samo pomak u vremenu jednak upravo konstanti RC.



Slika 13.

Promatranjem raznih oblika vala izlaznog napona dobivenih krugom za integriranje dolazi se do zaključka da će promjena oblika vala biti to jače izražena, što je vremenska konstanta RC veća. To ujedno znači i da će izlazni napon biti mnogo manji od ulaznog, ako je RC velika. Struja u krugu će prema tome biti uglavnom određena serijskim otporom R:

$$i \approx \frac{v_u}{R}\,, \tag{35}$$

tako da je izlazni napon, odnosno napon na kondenzatoru jednak:

$$v_i = v_C = \frac{1}{C}\int i\,\mathrm{d}t \approx \frac{1}{RC}\int v_u\,\mathrm{d}t\,. \tag{36}$$

Prema tome, izlazni napon približno je proporcionalan integralu ulaznog napona. Da bi taj krug za neki val djelovao kao krug za integriranje, pretpostavka $v_i \ll v_u$ mora biti ispunjena za sve frekvencije spektra kojima je taj val predočen. Kako kapacitivni otpor opada s frekvencijom navedena pretpostavka mora biti ispunjena za najnižu frekvenciju koja još dolazi u obzir, tj.:

$$\frac{1}{\omega_{\min}C} \ll R\,, \quad \text{ili} \quad RC \gg \frac{1}{2\pi f_{\min}} = \frac{T_{\max}}{2\pi}\,. \tag{37}$$

Što su promjene ulaznog napona sporije, to će izlazni napon manje odgovarati integralu ulaznog napona, jer sporije promjene doprinose niskofrekventnom dijelu spektra.

2. PASIVNI RC I CR FILTERI

U elektroničkim uređajima se, osim željenog signala, često javljaju i neželjena pobuđenja ili oscilacije. Takve signale nazivamo *šumovi* ili *smetnje*. Oni mogu biti posljedica raznih učinaka: nestabilnosti napona napajanja, utjecaja vanjskih smetnji, nedovoljno dobro izvedenog nekog dijela sklopa ..., pa čak i intrinsičnog šuma pojedinih elektroničkih komponenti.

Dio takvih smetnji može se eliminirati kvalitetnim uzemljenjem ili metalnim oklopom (Faradayev kavez!). U primjeni, međutim, u većini slučajeva želimo imati kontrolu nad područjem frekvencija koje želimo eliminirati i/ili propustiti. Takve sklopove nazivamo *filteri*, i ovisno o frekventnoj karakteristici, ih dijelimo na:

- niskopropusni filter (*low pass filter*)
- visokopropusni filter (*high pass filter*)
- pojasno propusni filter (*band pass filter*)
- pojasno nepropusni filter (*band reject filter*)
- uskopojasni (rezonantni) filter (*narrow band filter*)

2.1 Niskopropusni RC filter

Niskopropusni i visokopropusni filteri s pasivnim komponentama odgovaraju sklopovima za integriranje i deriviranje s pasivnim elementima. Razlika je u tome što kod filtera odziv sklopa, tj. njegovo pojačanje, promatramo za **sinusoidalnu** pobudu.

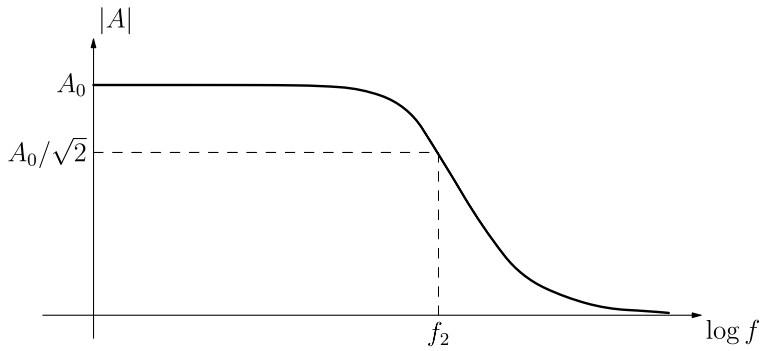
Niskopropusnom filteru odgovara RC krug za integriranje (sl.8). Poslužimo se stoga izrazom za pojačanje RC kruga (19) sa str. 9:

$$A = \frac{v_i}{v_u} = \frac{\dfrac{1}{j\omega C}}{R + \dfrac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\,\dfrac{f}{f_2}}\,, \quad |A| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_2)^2}}\,, \tag{38}$$

gdje smo definirali $f_2 = 1/2\pi RC$. Primjećujemo da je za niže frekvencije ($f \ll f_2$) pojačanje praktički konstantno. Kako frekvencija raste, član f/f_2 u izrazu

(38) počinje prevladavati i pojačanje se smanjuje. Na vrlo visokim frekvencijama ($f \gg f_2$) pojačanje postaje zanemarivo.

Iz frekventne karakteristike ovog sklopa, prikazane na slici sl.14, jasno je zašto govorimo o niskopropusnom filteru: sinusoidalne signale frekvencije $f < f_2$ sklop propušta, dok signale frekvencije $f > f_2$ kondenzator uzemljuje.



Slika 14.

Gornja frekvencija niskopropusnog filtera po dogovoru se definira kao frekvencija na kojoj pojačanje padne za faktor $\sqrt{2}$ u odnosu na ravni dio (vidi sliku 14). Za naš RC filter, ta je frekvencija, prema tome, jednaka $f_2 = 1/2\pi RC$.

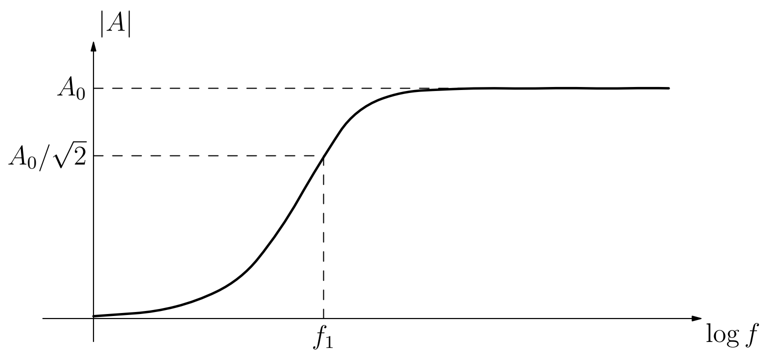
2.2 Visokopropusni CR filter

Visokopropusnom filteru odgovara CR krug za deriviranje (sl.1). Poslužimo se stoga izrazom za pojačanje CR kruga (2) sa str. 2:

$$A = \frac{v_i}{v_u} = \frac{R}{R - j\,\dfrac{1}{\omega C}} = \frac{1}{1 - j\,\dfrac{1}{\omega RC}} = \frac{1}{1 - j\,\dfrac{f_1}{f}}, \quad |A| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f_1/f)^2}}, \tag{39}$$

gdje je $f_1 = 1/2\pi RC$. Primjećujemo da je ovdje za niže frekvencije ($f \ll f_1$) pojačanje zanemarivo. Kako frekvencija raste, član f_1/f u izrazu (39) postaje sve manji i manji, te pojačanje raste. Na vrlo visokim frekvencijama ($f \gg f_1$) pojačanje je praktički konstantno.

Iz frekventne karakteristike ovog sklopa, prikazane na slici 15, jasno je zašto govorimo o visokopropusnom filteru: sinusoidalne signale frekvencije $f < f_1$ kondenzator ne propušta, dok signale frekvencije $f > f_1$ propušta.



Slika 15.

Donja granična frekvencija visokopropusnog filtera po dogovoru se definira kao frekvencija na kojoj pojačanje padne za faktor $\sqrt{2}$ u odnosu na ravni dio (vidi sliku 15). Za naš CR filter, ta je frekvencija, prema tome, jednaka $f_1 = 1/2\pi RC$.

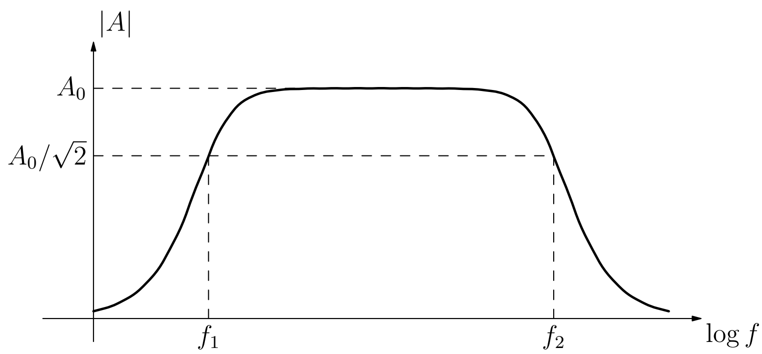
2.3 Pojasno propusni filter

Kombinacijom niskopropusnog i visokopropusnog filtera dobivamo tzv. *pojasno propusni filter*. Npr. ukupno pojačanje serijski spojenih filtera s frekventnim karakteristikama (38) i (39) (sl.14 i sl.15) iznosi:

$$A = A_{\mathrm{NP}} \times A_{\mathrm{VP}} = \frac{1}{1 + j\,\dfrac{f}{f_2}} \times \frac{1}{1 - j\,\dfrac{f_1}{f}}\,, \quad |A| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_2)^2}} \times \frac{1}{\sqrt{1 + (f_1/f)^2}}\,, \tag{40}$$

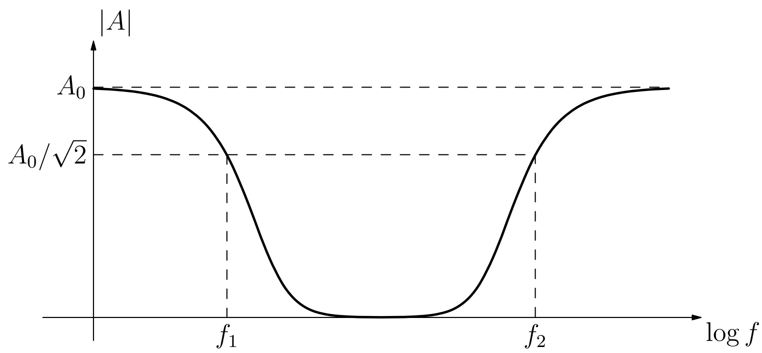
gdje su A_{NP} i A_{VP} pojačanja posebno niskopropusnog, odnosno visokopropusnog filtera. Ovdje treba napomenuti da se pojasno propusni filter ne može sastaviti samo tako da se serijski spoje RC i CR krug. Razlog tome leži u činjenici da bi CR krug opterećivao izlaz RC kruga i time znatno promijenio ovisnost sveukupnog pojačanja o frekvenciji (provjerite!). Jedno od mogućih rješenja bilo bi da se između izlaza RC i ulaza CR kruga stavi sljedilo.

Frekventna karakteristika takvog filtera, uz uvjet $f_1 < f_2$, dana je na sl.16. Sklop očito dobro propušta samo signale frekvencija većih od f_1 i manjih od f_2. Zato se po dogovoru upravo frekvencije f_1 i f_2 uzimaju kao frekvencije koje određuju pojas propusnosti ovog filtera.



Slika 16.

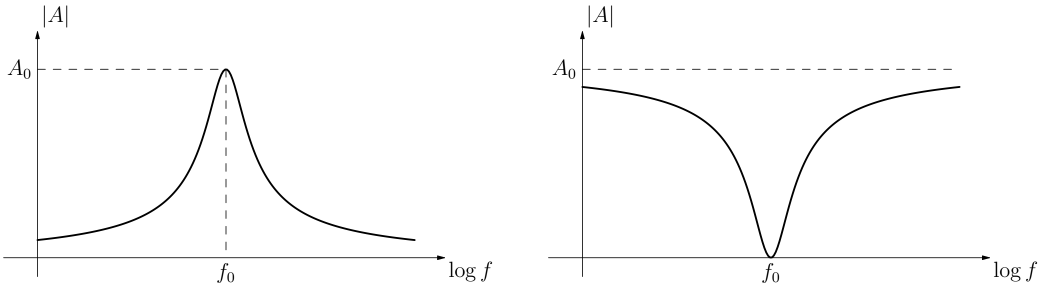
2.4 Pojasno nepropusni filter



Slika 17.

Pojasno nepropusni filter po definiciji propušta sinusoidalni signal svih frekvencija osim određenog pojasa. Njegova frekventna karakteristika dana je na sl.17 i iz nje se vidi da se ovaj filter na neki način može shvatiti kao komplement pojasno propusnog filtera. Sklop očito dobro propušta samo signale frekvencija manjih od f_1 i većih od f_2. U tom smislu govorimo o pojasno nepropusnom filteru s frekventnim opsegom od f_1 do f_2. Konstrukcija sklopa koji bi odgovarao pojasno nepropusnom filteru 'pati' od sličnih problema kao i sklop za pojasno propusni filter. Tako bi se, npr., ovaj filter naizgled mogao dobiti paralelnim spojem RC (nisko-) i CR (visokopropusnog) filtera. U praksi takav sklop neće funkcionirati jer bi izlaz prethodnog filtera dodatno opterećivao ulaz sljedećeg.

2.5 Uskopojasni filteri



Slika 18.

Uskopojasni filteri su sklopovi koji propuštaju ili blokiraju usko područje frekvencija. Takvi se filteri nazivaju još i rezonantnim filterima, jer se propuštanje, tj. blokiranje pojedinih frekvencija uglavnom vrši sa rezonantnim sklopovima. Tipičan takav sklop je RLC krug, koji možemo smatrati da predstavlja i uskopojasni filter s najvećom propusnošću na frekvenciji $f_0 = 1/2\pi\sqrt{LC}$ (vidi sl.18 lijevo). Moguća su i druga rješenja; npr. pojasno propusni filter s $f_1 \approx f_2$ će također propuštati samo usko područje frekvencija. Na sl.18 (desno) prikazana je frekventna karakteristika uskopojasnog nepropusnog filtera (komplement uskopojasnom propusnom filteru). Njegova glavna značajka je propuštanje praktički svih frekvencija, osim frekvencije f_0 koju uzemljuje. U tom smislu, taj se filter naziva još i uskopojasno nepropusni filter. Konstrukcija takvih filtera također se sastoji od rezonantnih RLC krugova, a glavnu primjenu nalazi u osjetljivim instrumentima u kojima se želi izbjeći utjecaj vanjskih signala, najčešće poznatih frekvencija. Npr. kako bi se blokirala smetnja frekvencije $50\,\mathrm{Hz}$, koja potječe od mrežnog napona, u razne mjerne instrumente koji se koriste u eksperimentalnoj fizici, ugrađuju se uskopojasni nepropusni filteri upravo namješteni na frekvenciju $50\,\mathrm{Hz}$.