

Ime i prezime, JMBAG: _____

ELEMENTARNA GEOMETRIJA

pismeni ispit - 8. rujna 2025.

Svaki zadatak rješavajte na zasebnom listu. Obrazložite svoje tvrdnje.

Zadaci *nisu* poredani po težini.

1. Na različitim stranama pravca AB nalaze se točke C i D takve da trokuti ABC i ABD imaju jednake površine. Dokažite da pravac AB raspolavlja dužinu $\overline{CD}$.
2. Neka je $ABCD$ trapez s osnovicama duljina $|AB| = 9$ i $|CD| = 3$ te krakovima duljina $|BC| = 6$ i $|AD| = 4$. Iz vrha B povučena je okomica na krak $\overline{AD}$. Odredite koliko je nožište te okomice udaljeno od vrha D .
3. Neka je D sjecište simetrale kuta $\sphericalangle BAC$ sa stranicom $\overline{BC}$ trokuta ABC . Sa suprotnih strana pravca AD odabrane su točke K i L tako da AKD i ADL budu jednakostranični trokuti. Pravac DK siječe pravce AB i AC redom u P i Q , a pravac DL siječe pravce AB i AC redom u R i S . Dokažite da su točke P , Q , R i S na istoj kružnici.
4. U kružnicu polumjera r upisan je trapez $ABCD$. Njegova dijagonala $\overline{BD}$ s krakom $\overline{BC}$ zatvara kut φ , a s krakom $\overline{DA}$ kut 3φ . Odredite kutove tog trapeza, a zatim koristeći trigonometrijske funkcije odredite njegov opseg (tj. kutove i opseg izrazite pomoću r i φ).
5. Neka je $ABCD$ pravilni tetraedar s bridovima duljine a i neka su točke E , F , G , H redom težišta trokuta ABC , ABD , ACD i BCD . Odredite duljinu stranice tetraedra $EFGH$ te izračunajte njegov volumen.

Napomene: Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Svaki zadatak vrijedi 20 bodova.

Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim geometrijskog pribora.