

KONSTRUKTIVNE METODE U GEOMETRIJI

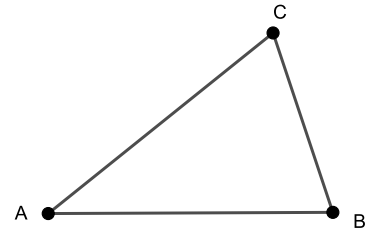
pismeni ispit - 11. rujna 2024.

Svaki zadatak rješavajte na zasebnom papiru. Vrijeme pisanja je 120 minuta.
Dozvoljeno je koristiti isključivo geometrijski pribor i pribor za pisanje.

1. Dan je trokut ABC kao na slici.

Konstruirajte jednakostranični trokut
čija je površina jednaka površini danog trokuta.

Napišite opis konstrukcije i provedite konstrukciju.



2. Dane su točke T_1 , T_2 i P . Konstruirajte trokut ABC tako da točka P bude polovište stranice $\overline{BC}$, a T_1 i T_2 redom težišta trokuta ABP i CAP .

Napišite opis konstrukcije te dokažite njenu ispravnost.

3. Dane su tri kružnice $k_1 = k(S, r_1)$, $k_2 = k(O, r_2)$ i $k_3 = k(O, r_3)$. Pritom se kružnice k_1 i k_2 diraju izvana, kružnice k_2 i k_3 su koncentrične, $r_2 < r_3$.

Konstruirajte kružnicu k koja dodiruje sve tri kružnice.

Napišite opis konstrukcije i provedite diskusiju o broju rješenja.

4. Dan je romb $ABCD$. Perspektivna kolineacija s centrom D i osi AB , točku C preslikava u točku centralno simetričnu točki C s obzirom na točku D .

Konstruirajte slike dijagonala romba, tj. dužina $\overline{AC}$ i $\overline{BD}$. Konstruirajte sliku i prasliku beskonačno dalekog pravca. Neka je k upisana kružnica romba $ABCD$. U koju se krivulju preslikava ta kružnica pri promatranoj perspektivnoj kolineaciji?

5. Pravci p i q sijeku se u točki F . Točke A i B su na pravcu p tako da je B između A i F . Neka je $\mathcal{H}$ hiperbola kojoj su A i B tjemeni, a F fokus. Konstruirajte tangente hiperbole $\mathcal{H}$ koje su paralelne s pravcem q i njihova dirališta.

Provedite analizu te napišite opis konstrukcije.