

# KONSTRUKTIVNE METODE U GEOMETRIJI

drugi kolokvij - 20. lipnja 2025.

Svaki zadatak rješavajte na zasebnom papiru. Vrijeme pisanja je 120 minuta.  
Dozvoljeno je koristiti isključivo geometrijski pribor i pribor za pisanje.

1. Dane su kružnice  $k_1$  i  $k_2$  koje se diraju iznutra u točki  $D$  i pravac  $p$  koji prolazi kroz  $D$ . Konstruirajte kružnicu sa središtem na pravcu  $p$  koja dira kružnice  $k_1$  i  $k_2$ .

Provedite analizu te napišite opis konstrukcije.

2. Neka je  $ABCD$  kvadrat i neka su  $E$  i  $F$  redom polovišta stranica  $\overline{AB}$  i  $\overline{CD}$ . Neka je  $\kappa$  perspektivna kolineacija koja preslikava trokut  $AEC$  u trokut  $DGF$ , tako da je točka  $G$  na stranici  $\overline{AD}$  ( $G$  je različito od  $A$  i  $D$ ). Pokažite da postoji samo jedna takva perspektivna kolineacija i da je točka  $G$  jedinstveno određena.

Odredite centar i os perspektivne kolineacije  $\kappa$  te odredite sliku točke  $F$  i prasluku točke  $C$ . Provedite konstrukciju. Duljina stranice kvadrata neka bude barem 6 cm.

3. Dani su kružnica  $k$  i točke  $A$  i  $B$  unutar te kružnice. Konstruirajte sva četiri tjemena elipse kojoj je  $k$  kružnica suprotišta, a pravac  $AB$  tangenta s diralištem u točki  $B$ .

Napišite opis konstrukcije i obrazložite njenu ispravnost.

4. Dana su dva paralelna pravca  $a$  i  $b$  te pravac  $c$  koji ih siječe, te točka  $A$  na pravcu  $a$  i točka  $B$  na pravcu  $b$ . Neka je  $\mathcal{H}$  hiperbola koja dodiruje sva tri pravca  $a$ ,  $b$  i  $c$  te prolazi točkama  $A$  i  $B$ . Odredite središte hiperbole  $\mathcal{H}$  i njeno diralište s pravcem  $c$ .

Provedite analizu te napišite opis konstrukcije.

5. Dan je kvadrat  $ABCD$ . Samo pomoću ravnala konstruirajte polovište  $P$  stranice  $\overline{AB}$ , a zatim polovište  $Q$  dužine  $\overline{DP}$ .

Napišite opis konstrukcije i provedite konstrukciju. Duljina stranice kvadrata neka bude barem 8 cm.