

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 25. travnja 2025.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru. Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Nije dozvoljeno koristiti ništa osim pribora za pisanje i geometrijskog pribora.

Zadatak 1 Odredite sve trokute koji su slični svojim nožišnim trokutima.

Napomena. Nožišni trokut danog trokuta je trokut čiji su vrhovi nožišta visina tog trokuta.

Zadatak 2 Neka su $\triangle ABC$ i $\triangle ADE$ jednakokračni pravokutni trokuti s pravim kutom pri vrhu A koji dijele samo jedan zajednički vrh A .

- Dokažite da su dijagonale četverokuta $BCDE$ međusobno okomite i sukladne (jednake duljine).
- Dokažite da su polovišta stranica četverokuta $BCDE$ vrhovi kvadrata.

Zadatak 3 Neka je D sjecište simetrale kuta $\sphericalangle BAC$ sa stranicom $\overline{BC}$ trokuta $\triangle ABC$. Neka su $\triangle AKD$ i $\triangle ADL$ jednakokrani trokuti. Pravac DK siječe pravce AB i AC redom u P i Q , a pravac DL siječe pravce AB i AC redom u R i S . Dokažite da su točke P , Q , R i S na istoj kružnici.

Zadatak 4 Neka je $ABCD$ paralelogram. Točke E i F odabrane su na pravcu BC tako da E bude polovište dužine $\overline{BC}$, a F polovište dužine $\overline{CF}$. Neka je K sjecište pravaca AE i DF . Konačno neka je L sjecište pravaca AB i CK . Odredite omjer $|AL| : |AB|$.

Zadatak 5 Neka su A , B , C i D vrhovi tetraedra. Neka je T_A težište trokuta $\triangle BCD$ i A' točka takva da vrijedi

- točke A i A' se nalaze sa različitih strana ravnine u kojoj leži $\triangle BCD$
- pravac T_AA' je okomit na ravninu u kojoj leži $\triangle BCD$
- duljina $|T_AA'|$ je jednaka površini trokuta $\triangle BCD$.

Definiramo vektor $\vec{v}_A = \overrightarrow{T_AA'}$.

Vektore $\vec{v}_B$, $\vec{v}_C$ i $\vec{v}_D$ definiramo analogno. Dokažite da je

$$\vec{v}_A + \vec{v}_B + \vec{v}_C + \vec{v}_D = \vec{0}.$$