

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 19. studenog 2024.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Dozvoljeno je koristiti kalkulator i službene šalabahtere.

Zadatak 1. (10 bodova)

- a) Na stranici $\overline{AB}$ trokuta $\triangle ABC$ odabrana je točka D takva da vrijedi $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$. Zapišite vektor $\overrightarrow{CD}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\overrightarrow{CA}$ i $\overrightarrow{CB}$.
- b) Dane su točke $A = (0, 1)$, $B = (1, -1)$ i $C = (1, -4)$. Izračunajte modul vektora $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$.
- c) Odredite sve $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ za koje su vektori $\vec{a} = (\alpha, 1, 4)$ i $\vec{b} = (-9, -3, \beta)$ kolinearni.
- d) Ispitajte čine li vektori $\vec{a} = (1, 1, 2)$, $\vec{b} = (2, 0, 1)$ i $\vec{c} = (0, 2, 1)$ bazu u V^3 .

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 19. studenog 2024.

Zadatak 2. (10 bodova)

- a) Izračunajte skalarni produkt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ vektora $\vec{a} = 2\vec{x} + \vec{y}$ i $\vec{b} = \vec{x} - \vec{y}$ ako je $|\vec{x}| = 1$, $|\vec{y}| = 3$ te je kut između vektora $\vec{x}$ i $\vec{y}$ jednak 60 stupnjeva.
- b) Dani su vektori $\vec{a} = (1, -1, 0)$ i $\vec{b} = (1, 1, 0)$ u V^3 . Odredite neku desnu ortonormiranu bazu $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ u V^3 takvu da je vektor $\vec{x}$ kolinearan vektoru $\vec{a}$ te da je vektor $\vec{z}$ okomit na vektore $\vec{a}$ i $\vec{b}$.
- c) Izračunajte površinu trokuta razapetog vektorima $\vec{v} = (1, 0, 2)$ i $\vec{w} = (0, 1, -1)$.
- d) Odredite sve realne brojeve α takve da je volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 2, 1)$ i $\vec{c} = (\alpha, 1, 1)$ jednak 6 .

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 19. studenog 2024.

Zadatak 3. (10 bodova)Zadani su vektori $\vec{a} = (-1, -1, 1)$, $\vec{b} = (2, 0, 6)$ i $\vec{x} = (14, -2, -2)$.

- a) Odredite ortogonalnu projekciju vektora $\vec{x}$ na ravninu razapetu vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$.
- b) Odredite kosinus kuta između vektora $\vec{x}$ i ravnine razapete vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$.
- c) Odredite dva vektora (različita od vektora $\vec{x}$) čija je ortogonalna projekcija na ravninu razapetu vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$ ista kao i ortogonalna projekcija vektora $\vec{x}$ na ravninu razapetu vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 19. studenog 2024.

Zadatak 4. (10 bodova)

Zadan je trokut $\triangle ABC$. Pravac p siječe pravce BC , AC i AB u točkama D , E i F , redom. Pretpostavimo da je točka E polovište stranice AC , te da je $\overrightarrow{BD} = \frac{5}{3}\overrightarrow{BC}$. Pomoću vektora odredite u kojem omjeru točka F dijeli stranicu $\overline{AB}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 19. studenog 2024.

Zadatak 5. (10 bodova)

Zadan je trokut $\triangle ABC$ s koordinatama vrhova $A = (-5, -2, 3)$, $B = (-6, -4, 5)$ i $C = (-7, 0, -3)$. Neka je točka D sjecište simetrale kuta $\angle CBA$ i stranice $\overline{AC}$ te točka T težište trokuta $\triangle ABC$.

- Odredite koordinate točke T .
- Odredite koordinate točke D .

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 19. studenog 2024.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Dozvoljeno je koristiti kalkulator i službene šalabahtere.

Zadatak 1. (10 bodova)

- a) Na stranici $\overline{AC}$ trokuta $\triangle ABC$ odabrana je točka D takva da vrijedi $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. Zapišite vektor $\overrightarrow{BD}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\overrightarrow{BA}$ i $\overrightarrow{BC}$.
- b) Dane su točke $A = (-4, 1)$, $B = (-1, 1)$ i $C = (1, 0)$. Izračunajte modul vektora $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC}$.
- c) Odredite sve $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ za koje su vektori $\vec{a} = (-1, 3, \alpha)$ i $\vec{b} = (\beta, -6, 4)$ kolinearni.
- d) Ispitajte čine li vektori $\vec{a} = (2, -1, 0)$, $\vec{b} = (-1, 2, -1)$ i $\vec{c} = (0, -1, 2)$ bazu u V^3 .

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 19. studenog 2024.

Zadatak 2. (10 bodova)

- a) Izračunajte skalarni produkt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ vektora $\vec{a} = \vec{x} - \vec{y}$ i $\vec{b} = \vec{x} + 2\vec{y}$ ako je $|\vec{x}| = 2$, $|\vec{y}| = 1$ te je kut između vektora $\vec{x}$ i $\vec{y}$ jednak 120 stupnjeva.
- b) Dani su vektori $\vec{a} = (1, 0, 1)$ i $\vec{b} = (1, 0, -1)$ u V^3 . Odredite neku desnu ortonormiranu bazu $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ u V^3 takvu da je vektor $\vec{x}$ kolinearan vektoru $\vec{a}$ te da je vektor $\vec{z}$ okomit na vektore $\vec{a}$ i $\vec{b}$.
- c) Izračunajte površinu trokuta razapetog vektorima $\vec{v} = (1, 1, 0)$ i $\vec{w} = (2, 0, 1)$.
- d) Odredite sve realne brojeve α takve da je volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\vec{a} = (1, 1, 0)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$ i $\vec{c} = (3, \alpha, 1)$ jednak 3 .

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 19. studenog 2024.

Zadatak 3. (10 bodova)Zadani su vektori $\vec{a} = (1, 1, 2)$, $\vec{b} = (1, 2, 0)$ i $\vec{x} = (7, -7, 0)$.

- Odredite ortogonalnu projekciju vektora $\vec{x}$ na ravninu razapetu vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$.
- Odredite kosinus kuta između vektora $\vec{x}$ i ravnine razapete vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$.
- Odredite dva vektora (različita od vektora $\vec{x}$) čija je ortogonalna projekcija na ravninu razapetu vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$ ista kao i ortogonalna projekcija vektora $\vec{x}$ na ravninu razapetu vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 19. studenog 2024.

Zadatak 4. (10 bodova)

Zadan je trokut $\triangle ABC$. Pravac p siječe pravce BC , AC i AB u točkama D , E i F , redom. Pretpostavimo da je točka E polovište stranice AC , te da je $\overrightarrow{BD} = \frac{5}{4}\overrightarrow{BC}$. Pomoću vektora odredite u kojem omjeru točka F dijeli stranicu $\overline{AB}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 19. studenog 2024.

Zadatak 5. (10 bodova)

Zadan je trokut $\triangle ABC$ s koordinatama vrhova $A = (3, -7, 8)$, $B = (4, -9, 6)$ i $C = (1, -5, 6)$. Neka je točka D sjecište simetrale kuta $\angle CBA$ i stranice $\overline{AC}$ te točka T težište trokuta $\triangle ABC$.

- a) Odredite koordinate točke T .
- b) Odredite koordinate točke D .