

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi zimski ispitni rok – 27. siječnja 2025.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Dozvoljeno je koristiti kalkulator i službene šalabahtere.

Zadatak 1. (20 bodova)Dani su vektori $\vec{a} = (3, -3, -1)$ i $\vec{b} = (2, 5, -3)$.

- (a) Odredite sve realne brojeve t tako da vektor $t\vec{a} + \vec{b}$ bude okomit na vektor $(4, 2, 1)$.
- (b) Odredite sve realne brojeve t tako da vektor $\vec{a} + t\vec{b}$ leži u ravnini razapetoj vektorima $(-2, 3, 4)$ i $(1, 0, -2)$.
- (c) Odredite sve realne brojeve t za koje su vektori $t\vec{a} + \vec{b}$ i $\vec{a} + t\vec{b}$ kolinearni.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi zimski ispitni rok – 27. siječnja 2025.

Zadatak 2. (20 bodova)

Na stranicama $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ i $\overline{DA}$, paralelograma $ABCD$, odabrane su redom točke K , L , M i N tako da je $|AK| = |BK|$, $|BL| = 3|CL|$, $|CM| = 2|DM|$ i $|DN| = 3|AN|$. Neka je S sjecište pravaca KM i LN . Odredite omjer duljina dužina $\overline{KS}$ i $\overline{MS}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi zimski ispitni rok – 27. siječnja 2025.

Zadatak 3. (20 bodova) Dan je trokut ABC s koordinatama vrhova

$$A = (4, 1, 0), \quad B = (5, 2, 3), \quad C = (2, 1, 6).$$

- (a) Odredite jednadžbu ravnine u kojoj leže vrhovi trokuta ABC .
- (b) Odredite koordinate ortocentra i koordinate težišta trokuta ABC .
- (c) Odredite površinu ortogonalne projekcije trokuta ABC na ravninu $x - y = 7$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi zimski ispitni rok – 27. siječnja 2025.

Zadatak 4. (20 bodova) Dani su pravci p_1 i p_2

$$p_1 \dots \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-5}{1}, \quad p_2 \dots \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}.$$

- (a) Pokažite da su pravci p_1 i p_2 mimosmjerni te odredite kanonsku jednadžbu pravca p koji je zajednička normala pravaca p_1 i p_2 .
- (b) Odredite jednadžbu ravnine π_1 koja prolazi kroz ishodište i paralelna je s pravcima p i p_1 , te jednadžbu ravnine π_2 koja prolazi kroz ishodište i paralelna je s pravcima p i p_2 .
- (c) Odredite kosinus kuta između ravnina π_1 i π_2 .

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi zimski ispitni rok – 27. siječnja 2025.

Zadatak 5. (20 bodova)Dane su kružnice k_1 i k_2 jednadžbama:

$$k_1 \dots (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 36,$$

$$k_2 \dots (x - 1)^2 + (y + 4)^2 = 9.$$

Odredite geometrijsko mjesto točaka T tako da je duljina odsječka tangente iz točke T na kružnicu k_1 dva puta dulji od duljine odsječka tangente iz točke T na kružnicu k_2 . Koja je to krivulje?