

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi zimski ispitni rok – 10. veljače 2025.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Dozvoljeno je koristiti kalkulator i službene šalabahtere.

Zadatak 1. (20 bodova)Dani su vektori $\vec{a} = (4, 2, 1)$, $\vec{b} = (11, 13, 15)$ i $\vec{c} = (-1, 2, 3)$.

- (a) Odredite sve $t \in \mathbb{R}$ za koje su vektori $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{a} + t\vec{c}$ linearno nezavisni.
- (b) Odredite ortogonalnu projekciju vektora $\vec{c}$ na ravninu razapetu vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$.
- (c) Dan je peterokut $ABCDE$ u kojem vrijedi $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = 2\vec{a}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{b}$ i $\overrightarrow{BC} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$. Neka je M polovište stranice $\overline{AB}$ i N polovište stranice $\overline{BC}$. Dokažite da je $MNDE$ paralelogram.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi zimski ispitni rok – 10. veljače 2025.

Zadatak 2. (20 bodova)

Dan je trokut ABC i točke D i E na stranicama trokuta tako da vrijedi $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{DA}$ i $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{EB}$. Pravci DE i BC se sijeku u točki F . Pravci BD i CE se sijeku u točki G . Pravci AG i BC se sijeku u točki H . Odredite omjer duljina dužina $\overline{BF}$ i $\overline{BH}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi zimski ispitni rok – 10. veljače 2025.

Zadatak 3. (20 bodova)Dani su pravac p i ravnina Π jednadžbama

$$p \dots \frac{x+5}{5} = \frac{y+6}{7} = \frac{z-6}{-5}, \quad \Pi \dots x - y - 4z + 5 = 0.$$

- (a) Odredite, ako postoji, ravninu koja sadrži pravac p i okomita je na ravninu Π .
- (b) Odredite, ako postoji, ravninu koja sadrži pravac p i paralelna je s ravninom Π .
- (c) Odredite ortogonalnu projekciju pravca p na ravninu Π .
- (d) Odredite osnosimetričnu sliku pravca p s obzirom na ravninu Π .

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi zimski ispitni rok – 10. veljače 2025.

Zadatak 4. (20 bodova)

Zadana je piramida $ABCD$. Na bridovima $\overline{AD}$, $\overline{BD}$ i $\overline{CD}$ su redom odabrane točke K , L i M tako da vrijedi $|AK| = |DK|$, $|CL| = 2|DL|$ i $|BM| = 3|DM|$. Neka je točka T težište trokuta ABC . Odredite omjer volumena piramida $KLMT$ i $ABCD$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi zimski ispitni rok – 10. veljače 2025.

Zadatak 5. (20 bodova)

Odredite zajedničke tangente krivulja zadanih jednažbama $y^2 = 8x$ i $(x - 6)^2 + y^2 = 32$.