

VEKTORSKI PROSTORI

1. kolokvij - popravni - 23. veljače 2023.

1. (10 bodova) Definirajte nilpotentan operator. Opišite nilpotente operatora čiji indeks nilpotentnosti jednak je dimenziji prostora. Iskažite opći teorem o nilpotentnim operatorima.
2. (5 bodova) Neka je $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ i neka je $W = \{X \in M_2(\mathbb{R}) \mid A^T X = 0\}$. Neka je $f \in W^0$ takav da je $f\left(\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}\right) = 1$. Izračunajte $f(A)$.
3. (5 bodova) Operator $A \in L(\mathbb{C}^3)$ u nekoj bazi ima matricu $\begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$. Odredite minimalni polinom operatora A . Operator A^{-1} zapišite kao linearnu kombinaciju operatora A i I .
4. (5 bodova) Operator $N \in L(\mathbb{C}^4)$ u kanonskoj bazi ima matricu $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$.
Odredite mu Jordanovu formu i neku Jordanovu bazu.
5. (5 bodova)
 - a) Odredite sve mogućnosti za Jordanovu formu operatora $A \in L(\mathbb{C}^6)$ ako je poznato $k_A(\lambda) = (\lambda^2 - 1)^2(\lambda + 2)^2$, $d(A - I) = d((A + I)^2)$.
 - b) Odredite sve mogućnosti za Jordanovu formu operatora $A \in L(\mathbb{C}^8)$ ako je poznato $k_A(\lambda) = (\lambda^2 - 1)^2(\lambda + 2)^4$, $(A - I)(A + I)^2(A + 2I)^2 = 0$, $\deg(\mu_A) = 4$.
6. (5 bodova) N