

Vježbe Fizika 2, 2.3.2017.

Temperatura i toplina

Specifični toplinski kapacitet

Latentna toplina taljenja i isparavanja

Talište i vrelište

Entropija $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$, (Entalpija $\Delta H = T \Delta S$)

Voda, led, vodena para

$$T_s = 0^\circ\text{C}, \lambda = 330\,000 \text{ J/kg}$$

$$T_p = 100^\circ\text{C}, r = 2\,260\,000 \text{ J/kg}$$

$$c_L = 2100 \text{ J/kg K}$$

$$c_v = 4190 \text{ J/kg K}$$

$$\Delta T = 20^\circ\text{C} = 20\text{K}$$

$$T_1 = 0^\circ\text{C} = 273\text{K}$$

$$T_2 = 20^\circ\text{C} = 293\text{K}$$

$$\Delta Q = mc\Delta T \text{ - grijanje-hlađenje}$$

$$\Delta Q = m\lambda \text{ - taljenje, očvršćivanje}$$

$$\Delta Q = mr \text{ - isparavanje, kondenz.}$$

tvar	c (J/kgK)
Fe	460
Cu	380
Al	920
C ₂ H ₅ OH	2500

① U kalorimetru se nalazi 5 dcl vode, temperature 30°C .

Ubacimo 100g leda temperature 0°C . Odredite ravnotežnu temperaturu. Gubitke topline zanemarite.

$$\text{taljenje leda: } Q_1 = m\lambda = 0.1\text{kg} \cdot 330\,000 \text{ J/kg} = 33\,000 \text{ J}$$

$$\text{hlađenje vode } 30-0^\circ\text{C: } Q_2 = m_v c_v \Delta T = 0.5 \cdot 4190 \cdot 30 = 62\,850 \text{ J}$$

$Q_1 < Q_2 \Rightarrow$ sav led se otopi i zagrije do ravnotežne temperature τ

$$\text{led: } Q_L = m_L \lambda + m_L c_v (\tau - 0^\circ\text{C})$$

$$\text{voda: } Q_v = m_v c_v (30^\circ\text{C} - \tau)$$

$$Q_L = Q_v$$

$$33\,000 + 419\tau = 2095(30 - \tau)$$

$$\tau = \frac{29\,850}{2514} = 11.87^\circ\text{C}$$

② U kalorimetru se nalazi 5 dcl vode, temperature 30°C

Ubacimo 250g leda temperature 0°C . Odredite količinu neotopljenog leda. Gubitke topline zanemarite.

$$Q_1 = m_L \lambda = 82\,500 \text{ J}$$

$$Q_2 = m_v c_v \Delta T = 62\,850 \text{ J}$$

$$Q_1 > Q_2, \Delta Q = 19\,650 \text{ J}$$

$$\Delta m = \frac{\Delta Q}{\lambda} = 0.06 \text{ kg} = 60\text{g}$$

- ③ U kalorimetru se nalazi 1.5 kg vode temperature 18°C . Ubacimo dvije aluminijske kugle mase po 0.8 kg, prva temperature 85°C , a druga 35°C . Odredite ravnotežnu temperaturu. $c_{\text{Al}} = 920 \text{ J/kg K}$

$T_1 = 85^\circ\text{C}$	$T_2 = 35^\circ\text{C}$	$T_3 = 18^\circ\text{C}$	$\Rightarrow$ ravnotežna temperatura je T .
$m_1 = 0.8 \text{ kg}$	$m_2 = 0.8 \text{ kg}$	$m_3 = 1.5 \text{ kg}$	
$c_1 = 920 \text{ J/kg K}$	$c_2 = 920 \text{ J/kg K}$	$c_3 = 4190 \text{ J/kg K}$	

$$m_1 c_1 (T_1 - T) + m_2 c_2 (T_2 - T) = m_3 c_3 (T - T_3)$$

$$m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2 + m_3 c_3 T_3 = T (m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3)$$

$$T = \frac{736 \cdot 85 + 736 \cdot 35 + 6285 \cdot 18}{736 + 736 + 6285} = \frac{201450}{7757} = 25.97^\circ\text{C}$$

- ④ U kalorimetru pomiješamo 0.2 kg leda temperature 0°C i 0.4 kg vode temperature 60°C . Odredite ravnotežnu temperaturu i porast entropije.

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= m_L \lambda_L + m_L c_v T \\ Q_2 &= m_v c_v (60 - T) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 66000 + 838 T &= 100560 - 1676 T \\ T &= 13.75^\circ\text{C} \end{aligned}$$

$$S_1 = \frac{m_L \lambda_L}{T_L} = \frac{66000}{273} = 241.76 \text{ J/K}$$

$$S_2 = m_L c_v \ln\left(\frac{T}{T_L}\right) = 838 \cdot \ln\left(\frac{286.75}{273}\right) = 41.18 \text{ J/K}$$

$$S_3 = m_v c_v \ln\left(\frac{T}{T_v}\right) = 1676 \ln\left(\frac{286.75}{333}\right) = -250.62 \text{ J/K}$$

$$\Delta S = S_1 + S_2 + S_3 = +32.32 \text{ J/K}$$

$$\begin{aligned} \Delta S &= \frac{\Delta Q}{T} \\ \Delta S &= mc \frac{\Delta T}{T} \\ S &= mc \ln \frac{T_1}{T_2} \end{aligned}$$

Vježbe 9.3.2017.

- ⑤ U kalorimetru pomiješamo 0.4 kg vode temperature 5°C i 1.6 kg vode temperature 22°C. Kolika je ravnotežna temperatura? Koliki je porast entropije?

$$T_2 = 295 \text{ K}$$

$$T_1 = 278 \text{ K}$$

$$T = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = \frac{0.4 \cdot 5 + 1.6 \cdot 22}{0.4 + 1.6} = 18.6^\circ \text{C} = 291.6 \text{ K}$$

$$\Delta S_1 = m_1 c_1 \ln \frac{T}{T_1} = 0.4 \cdot 4190 \ln \frac{291.6}{278} = 80.05 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_2 = m_2 c_2 \ln \frac{T}{T_2} = 1.6 \cdot 4190 \cdot \ln \frac{291.6}{295} = -77.72 \text{ J/K}$$

$$\Delta S = 2.33 \text{ J/K}$$

- ⑥ U kalorimetru se nalazi 0.8 kg leda. Ulijemo toliko vode temperature 20°C da se u ravnotežnom stanju sav led otopi (i ne zagrijava dalje). Koliko smo vode ulili? Koliki je porast entropije? Gubitke toplote zanemarujemo.

$$Q_1 = Q_2 = m_1 \lambda = 0.8 \cdot 330\,000 = 264\,000 \text{ J}$$

$$\Delta S_1 = \frac{Q_1}{T} = \frac{264\,000}{273} = 967.033 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$m_2 = \frac{Q_2}{c_v \Delta T} = \frac{264\,000}{4190 \cdot 20} = 3.15036 \text{ kg}$$

$$\Delta S_2 = m_2 c_2 \ln \frac{T}{T_2} = 13\,200 \ln \frac{273}{293} = -933.251 \text{ J/K}$$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = +33.782 \text{ J/K}$$

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

$$p = \frac{\rho}{M} RT$$

zrak

78% N ₂	}	21.84
21% O ₂		6.72
1% Ar		0.40

$$\rho_z = \frac{\rho_0 M_z}{R \cdot T} = \frac{101325 \cdot 0.029}{8.314 \cdot 273} = 1.295 \text{ kg/m}^3$$

$$28.96 \text{ g/mol} = 0.029 \text{ kg/mol}$$

- ⑦ Gustoća zraka iznosi 1.3 kg/m³ pri određenom tlaku i temperaturi. Odredite gustoću slijedećih plinova pri istim uvjetima

	M	ρ
H ₂	2	0.09
He	4	0.18
O ₂	32	1.43
Ne	20.2	0.90
CO ₂	44	1.97
CO	28	1.26
CH ₄	16	0.72

kg/m³

- ⑧ Pri izobarnom zagrijavanju dušika sa 10°C na 30°C gustoća se smanjila za 0.11 kg/m^3 . Koliki je bio (i ostao) tlak?

$$\rho_1 = \frac{\rho M}{R} \frac{1}{T_1}$$

$$\rho_2 = \frac{\rho M}{R} \frac{1}{T_2}$$

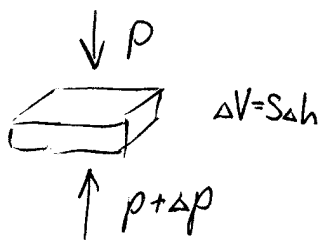
$$0.11 = \rho_1 - \rho_2 = \frac{\rho M}{R} \left(\frac{1}{283} - \frac{1}{303} \right)$$

$$0.91454 = \rho \cdot 0.028 \cdot 0.00023324$$

$$\rho = 140\,037 \text{ Pa}$$

Vježbe 16.3.2017.

- ⑨ Odredite ovisnost atmosferskog tlaka o visini u izotermnom ($T = 273 \text{ K}$) idealnom plinu srednje molekulske mase 29 g/mol . Uzeti $g = 10 \text{ m/s}^2$



$$\Delta p = \frac{\Delta F}{S} = \frac{\Delta mg}{S} = - \frac{\rho g \Delta V}{S} = - \rho g \Delta h$$

$$p = \frac{\rho RT}{M} \quad \downarrow \quad \frac{\Delta p}{\Delta h} = - \rho g = - \rho \cdot \frac{Mg}{RT}$$

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} = \rho_0 e^{-\frac{h}{h_0}}$$

$$h_0 = \frac{RT}{Mg} = 7827 \text{ m}$$

$$\frac{dp}{dh} = \rho \cdot \left(-\frac{Mg}{RT} \right) \quad \checkmark$$

Koliki je tlak na 3000 m nadmorske visine?

$$\rho(3000 \text{ m}) = \rho_0 e^{-\frac{h}{h_0}} = 101325 e^{-\frac{3000}{7827}} = 69\,063 \text{ Pa} \quad (68.16\% \rho_0)$$

- ⑩ Odredite gustoću mješavine 30% kisika i 70% helija (volumni u.) pri tlaku 10^6 Pa i temperaturi 290 K

$$M(\text{O}_2) = 32 \text{ g/mol}$$

$$M(\text{He}) = 4 \text{ g/mol}$$

$$\bar{M} = 0.3 \cdot 32 + 0.7 \cdot 4 = 12.4 \text{ g/mol} = 0.0124 \text{ kg/mol}$$

$$\rho M = p RT$$

$$12\,400 = \rho \cdot 2411$$

$$\rho = 5.14 \text{ kg/m}^3$$

Valovi: Zvuk, Svjetlost, Valovi na vodi, titranje žice

- ⑪ Brzina zvuka u idealnom plinu računa se izrazom

$v^2 = \frac{\gamma P}{\rho} = \frac{\gamma kT}{m} = \frac{\gamma RT}{M}$. Odredite brzinu zvuka na Zemlji (zrak, $T = 0^\circ\text{C}$) i Marsu (CO_2 , $T = -50^\circ\text{C}$).

$$v_z^2 = \frac{\gamma RT}{M} = \frac{1.4 \cdot 8.314 \cdot 273}{0.029} \Rightarrow v_z = 331 \text{ m/s} \quad \gamma = \frac{4 \cdot 0.99 + 5 \cdot 0.01}{5 \cdot 0.99 + 3 \cdot 0.01}$$

$$v_M^2 = \frac{1.4 \cdot 8.314 \cdot 223}{0.044} \Rightarrow v_M = 242.9 \text{ m/s} \quad \frac{6.98}{4.98} = 1.4016$$

- ⑫ Žica mase 10g duljine 1m učvršćena je na oba kraja i nategnuta silom od 100N

a) Odredite brzinu širenja valova žicom

$$F = \frac{mv^2}{l} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{Fl}{m}} = 100 \text{ m/s}$$

b) Odredite moguće frekvencije titranja

$$\lambda_1 = 2m$$

$$\lambda_2 = 1m$$

$$\lambda_3 = \frac{2}{3}m$$

...

$$\lambda_n = \frac{2l}{n}$$

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n \cdot 50 \text{ Hz}$$

$$f_1 = 50 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 100 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 150 \text{ Hz}$$

...

c) Kolika je valna duljina osnovnog tona u zraku? ($v = 331 \text{ m/s}$)

$$\lambda = \frac{v}{f_1} = 6.62 \text{ m}$$

- ⑬ Zemljinom se korom longitudinalni valovi šire brzinom 14 km/s, a transverzalni 7.5 km/s. Odredite udaljenost epicentra potresa od geofizičke postaje ako su longitudinalni valovi stigli 15s prije transverzalnih

$$\left. \begin{array}{l} d = v_1 t_1 = v_2 t_2 \\ t_1 + 15s = t_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 14t_2 - 14 \cdot 15 = 7.5t_2 \\ t_2 = 32.3077s \end{array} \quad (t_1 = 17.3077s)$$

$$d = 7.5t_2 = 242.3 \text{ km}$$

- 14) Ovisnost brzine valova na vodi o valnoj dužini zadana je relacijom:

$$v(\lambda) = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\gamma}{\rho\lambda}}$$

$$\begin{aligned} g &= 9.81 \text{ m/s}^2 \\ \rho &= 1000 \text{ kg/m}^3 \\ \gamma &= 0.7 \text{ N/m} \\ &(\text{napetost površ.}) \end{aligned}$$

- a) Odredite brzinu valova valne dužine 2m

$$v = \sqrt{\frac{9.81 \cdot 2}{2 \cdot 3.14} + \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 0.7}{1000 \cdot 2}} = 1.768 \text{ m/s}$$

- b) Odredite najmanju brzinu valova i valnu dužinu koju imaju valovi koji putuju tom brzinom.

$$v^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\gamma}{\rho\lambda}$$

$$\frac{d}{d\lambda} v^2 = \frac{g}{2\pi} + \frac{2\pi\gamma}{\rho} \cdot \left(-\frac{1}{\lambda^2}\right) = 0$$

$$\frac{g}{2\pi} = \frac{2\pi\gamma}{\rho\lambda_m^2} \Rightarrow \lambda_m^2 = \frac{4\pi^2\gamma}{\rho g} \Rightarrow \lambda_m = 0.053 \text{ m} = 5.3 \text{ cm}$$

$$v_m = \sqrt{0.08279 + 0.08258} = 0.4071 \text{ m/s}$$

$$0.053075535$$

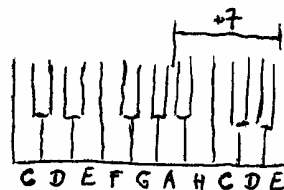
- 15) Oktava se sastoji od 12 polutonova koji su razmaknuti tako da je omjer frekvencija dva susjedna polutona konstantan

- a) koliki je taj omjer?

$$f_0, x f_0, x^2 f_0, x^3 f_0, \dots, x^{12} f_0 = 2 f_0 \Rightarrow x = \sqrt[12]{2} = 1.0594631$$

- b) ako tonu A odgovara frekvencija 440 Hz, kolika je frekvencija tona E? (razlika je +7^{ih} polutonova)

$$f_E = f_A \cdot x^7 = 440 \text{ Hz} \cdot 2^{7/12} = 659.255 \text{ Hz}$$

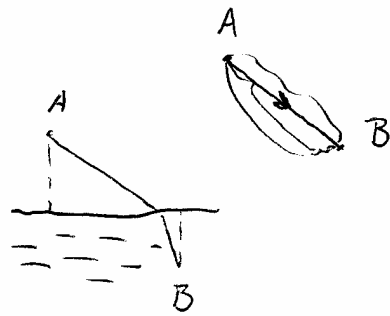


$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$$

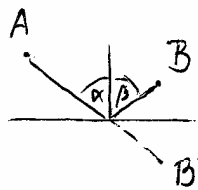
Svjetlost: $v^2 = c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$ $\epsilon_0 = 8.8541 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ $c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$

Fermat -ov princip najbržeg puta :

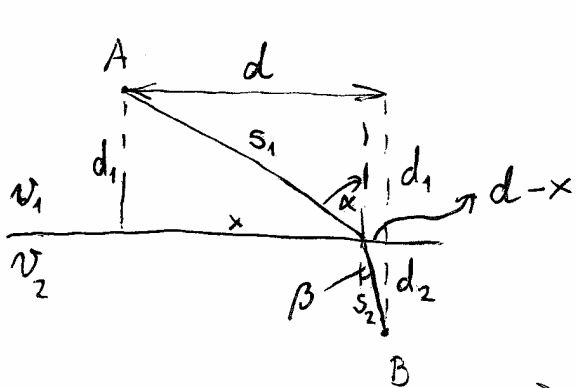
Zraka svjetlosti koja prolazi točkama A i B između njih će proći najbržim putem



- Pravocrtno gibanje svjetlosti
- Zakon refleksije : $\beta = \alpha$
- Zakon loma $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$



16) Izvedite Snellov zakon loma ($\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$) iz Fermat-ovog principa



$$t = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{\sqrt{d_1^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{d_2^2 + (d-x)^2}}{v_2}$$

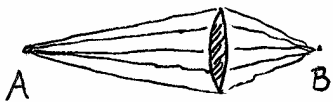
$$\frac{dt}{dx} = 0 = \frac{1}{v_1} \frac{2x}{2\sqrt{d_1^2 + x^2}} - \frac{2(d-x)}{2\sqrt{d_2^2 + (d-x)^2}}$$

$$\frac{1}{v_1} \sin \alpha - \frac{1}{v_2} \sin \beta = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n$$

- Ravno ogledalo
- Prizma
- Ravno staklo

Fokusiranje :



Da bismo postigli fokusiranje snopa zraka iz točke A u točki B, svi putevi iz A u B moraju biti jednako brzi.

$$J = \frac{1}{f}, \quad J \approx \frac{n-1}{R} \text{ (tanke leće)}$$

Jačina je aditivna veličina. Dimenzija je $dpt = m^{-1}$

- 17) Izvor svjetlosti udaljen je 2 metra od tanke plankonveksne leće radijusa zakrivljenosti 30cm. Oštra slika nastaje na 80cm udaljenosti od leće. Odredite indeks loma materijala leće. Koliko je uvećanje?

$$D = \frac{1}{2} + \frac{1}{0.8} = 1.75 \text{ dpt}$$

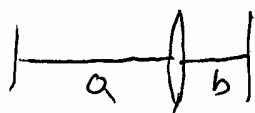
$$D = (n-1) \cdot \frac{1}{R}$$

$$n-1 = 1.75 \cdot 0.3 = 0.525$$

$$m = -\frac{b}{a} = -\frac{0.8}{2} = -0.4$$

$$n = 1.525$$

- 18) Udaljenost predmeta i slike je 60cm. Jačina leće između njih je +8 dpt. Kolika je udaljenost leće i predmeta?



$$\left. \begin{array}{l} a+b=0.6 \text{ m} \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 8 \text{ dpt} \end{array} \right\} \frac{1}{a} + \frac{1}{0.6-a} = 8$$

$$0.6a + a = 8a(0.6-a) \quad | :8$$

$$a^2 - 0.6a + 0.075 = 0$$

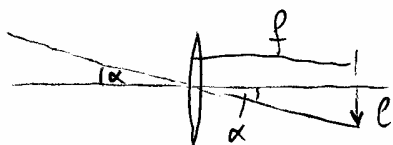
$$\begin{array}{ll} a_1 = 0.4225 \text{ m} & b_1 = 0.1775 \text{ m} \\ a_2 = 0.1775 \text{ m} & b_2 = 0.4225 \text{ m} \end{array}$$

- 19) Odredite položaj i žarišnu daljinu leće pomoću koje dobijemo 11x uvećanu sliku na zastoru udaljenom 6 m

$$\left. \begin{array}{l} \frac{b}{a} = 11 \\ a+b=6 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a=0.5 \text{ m} \\ b=5.5 \text{ m} \end{array} \right\} D = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2.18 \text{ dpt}, f = \underline{45.83 \text{ cm}}$$

konvergentna

- 20) Koliko je velika realna slika Sunca koju stvara leća žarišne daljine 50cm? Prividni promjer Sunca je $0^\circ 32'$.



$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{l}{f} \Rightarrow l = f \sin \alpha \\ &= 50 \text{ cm} \cdot 0.0093083 \\ &= \underline{0.4654 \text{ cm}} \end{aligned}$$

- 21) Objektiv fotoaparata ima žarišnu daljinu 35 mm. Koji raspon udaljenosti možemo fotografirati uz dobivanje oštre slike, ako udaljenost objektivu od filma mijenjamo u rasponu od 38 do 42 mm?

$$f = 35 \text{ mm} \Rightarrow J = \frac{1}{0.035}$$

$$J = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad J - \frac{1}{b} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{a_1} = \frac{1}{0.035} - \frac{1}{0.038} \Rightarrow a_1 = 0.443 \text{ m} = 44.3 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{a_2} = \frac{1}{0.035} - \frac{1}{0.042} \Rightarrow a_2 = 0.21 \text{ m} = 21 \text{ cm}$$

- 22) Dalekovidna osoba ne vidi jasno predmete bliže oku od 75 cm. Odredite jakost leća naočala koje omogućuju toj osobi čitanje teksta na udaljenosti od 25 cm

$$a = 25 \text{ cm}$$

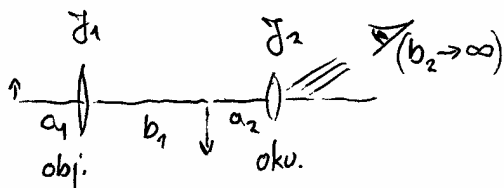
$$b = -75 \text{ cm}$$

$$J = 4 - 1.3$$

$$J = +2.6 \text{ dpt}$$



- 23) Žarišna daljina objektivu mikroskopa je 3 mm, a okulara 5 cm. Predmet je 3.1 mm udaljen od objektivu. Odredite ukupno povećanje. Daljina jasnog vida je 25 cm.



$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1}$$

$$a_2 = f_2 = 50 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3.1} + \frac{1}{b_1}$$

$$d = b_1 + a_2 = 143 \text{ mm}$$

(duljina tubusa)

$$b_1 = 93 \text{ mm}$$

$$e = 1 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow e' = 30 \text{ mm}$$

$$\text{kut kroz mikroskop: } \tan \alpha' = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$$

$$\text{kut golim okom: } \tan \alpha = \frac{1 \text{ mm}}{250 \text{ mm}} = \frac{1}{250}$$

$$M = \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{1}{250}} = 50 \cdot 3 = 150 \times$$

- 24) Objektiv Newtonovog teleskopa ima jačinu +0.5 dpt, a okular +15 dpt. Odredite njihovu udaljenost i uvećanje

$$e = 2 \cdot \tan \alpha = 0.0625 \cdot \tan \beta$$

$$m = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = \frac{0.0625}{\frac{e}{2}} = 32 \times (= \frac{J_{\text{okul}}}{J_{\text{obj}}})$$

