

ELEMENTARNA GEOMETRIJA 1

drugi kolokvij - 23. lipnja 2026.

1. Dva okomita pravca p i q sijeku se u točki A . Neka je k_1 kružnica sa središtem na pravcu p kojoj je pravac q tangenta, a k_2 kružnica sa središtem na pravcu q kojoj je pravac p tangenta. Kružnica k_1 siječe pravac p u točkama A i P , kružnica k_2 siječe pravac q u točkama A i Q , a kružnice k_1 i k_2 sijeku se u točkama A i R .

Dokažite da su točke P , Q i R kolinearne.

2. Na duljoj osnovici $\overline{AB}$ jednakokračnog trapeza $ABCD$ nalazi se točka P takva da vrijedi $|\angle CPD| = |\angle BAD|$.

a) Dokažite da su trokuti PBC , PCD i PDA međusobno slični.

b) Dokažite da vrijedi:

$$|AP| \cdot |CP|^2 = |BP| \cdot |DP|^2.$$

3. Pravokutnom trapezu može se upisati kružnica. Ako je duljina jedne njegove osnove 70, a duljina njegove visine 60, odredite opseg tog trapeza.

4. Neka je $ABCD$ tetivni četverokut sa stranicama duljina $a = |AB|$, $b = |BC|$, $c = |CD|$ i $d = |DA|$. Ako je $\alpha = |\angle BAD|$, dokažite da vrijedi

$$\cos \alpha = \frac{a^2 - b^2 - c^2 + d^2}{2(ad + bc)}.$$

5. Dane su duljine d , f i s i kut α . Konstruirajte tetivni četverokut $ABCD$ tako da vrijedi $\angle A = \alpha$, $|AD| = d$, $|BD| = f$ te $|AB| + |BC| = s$. Napišite opis konstrukcije. Nije potrebno provoditi dokaz ni raspravu.

Napomene: Zadaci nisu poredani po težini. Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Svaki zadatak vrijedi 10 bodova. Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim geometrijskog pribora.